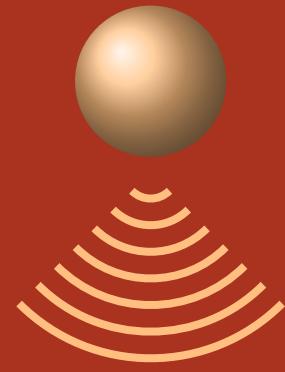
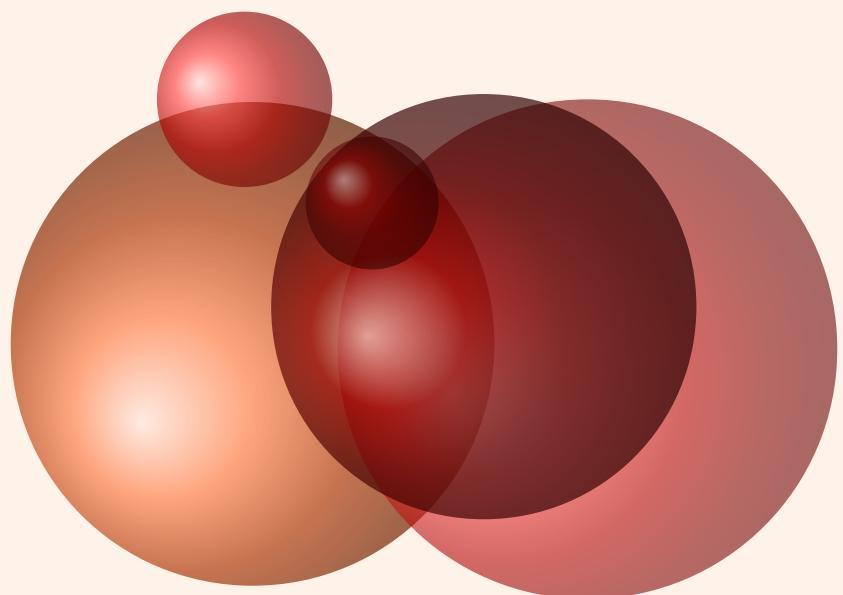


Tkz-Tab 1.0c

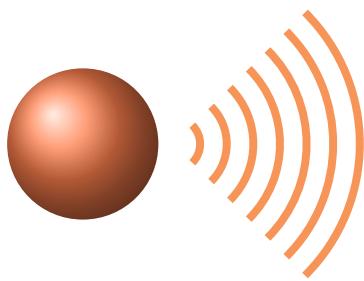


AlterMundus



Alain Matthes

<http://altermundus.com>



Alain Matthes
Tkz-Tab

tkz-tab.sty est un package pour créer à l'aide de TikZ des tableaux de signes et de variations le plus simplement possible. Il est dépendant de TikZ et fera partie d'une série de packages ayant comme point commun, la création de dessins utiles dans l'enseignement des mathématiques. La lecture de cette documentation va, je l'espère vous permettre d'apprécier la simplicité d'utilisation de TikZ et vous permettre de commencer à le pratiquer.

[doc-tkz-tab 2009/02/25]

- ☞ Je remercie **Till Tantau** pour nous permettre d'utiliser *TikZ*.
- ☞ Je remercie **Michel Bovani** pour nous permettre d'utiliser *fourier* et *utopia* avec *LATEX*.
- ☞ Je remercie également **Jean-Côme Charpentier, Manuel Pégourié-Gonnard, Franck Pastor, Ulrike Fischer** et **Joscelin Noirel** pour les différentes idées et conseils qui m'ont permis de faire ce package, ainsi que **Herbert Voß** pour son document *mathmode.pdf*.



Table des matières

1 Installation	6
1.1 Avec TeXLive sous OS X et Linux	6
1.2 Avec MikTeX sous Windows XP	6
2 Initialisation d'un tableau : \tkzTabInit	8
2.1 Définition	8
2.2 Utilisation des arguments	8
2.2.1 Tableau simple	8
2.2.2 Ajout de lignes et de colonnes	9
2.2.3 Tableau minimum	9
2.3 Utilisation des options	9
2.3.1 lgt : modification de la largeur de la première colonne	10
2.3.2 espcl : modification de l'espacement entre deux valeurs	10
2.3.3 deltacl : modification des espacements aux extrémités	10
2.3.4 lw : épaisseur des lignes du tableau	10
2.3.5 nocadre : suppression du cadre externe	10
2.3.6 color : utilisation de la couleur dans un tableau	10
2.3.7 help : Affiche la structure du tableau	11
3 Crédation d'une ligne de signes : \tkzTabLine	12
3.1 Définition	12
3.2 Nombre d'arguments utilisés.	12
3.3 Emploi minimum	13
3.3.1 t : ajout d'un trait	13
3.3.2 z : ajout d'un zéro sur un trait vertical	13
3.3.3 d : double barre	14
3.4 Utilisation des symboles de rang pair	14
3.4.1 h : zone interdite	14
3.5 Utilisation des options	14
3.5.1 t style : modification du style des traits verticaux	14
3.5.2 help : Affiche la structure du tableau	15
3.6 Utilisation des styles	15
3.6.1 h style : modification de la couleur d'une zone interdite	15
3.7 Exemples	15
3.7.1 Simplification d'une expression comportant une valeur absolue	15
3.7.2 Tableau de signes	16
3.7.3 Signe d'une expression du second degré	16
4 Crédation d'une ligne de variations : \tkzTabVar	18
4.1 Définition	18
4.2 Utilisation des symboles	20
4.3 Utilisation des options	24
4.3.1 color : modification de la couleur des flèches	24
4.3.2 help : affiche la structure du tableau	24
4.4 Utilisation des styles	24
4.4.1 Modification de la couleur d'une zone interdite	24
4.4.2 h style Zone interdite hachurée	25
4.4.3 arrow style style des flèches.	25

4.4.4 <code>node style</code> Style des nodes	26
4.5 Quelques exemples	27
4.5.1 Fonction inverse	27
4.5.2 Fonction avec des paliers, emploi du symbole R	27
4.5.3 Zone interdite	28
4.5.4 Zone interdite + prolongement par continuité	28
4.5.5 Zone interdite + double prolongement par continuité	28
4.5.6 Exemple d'une fonction partiellement constante	28
4.5.7 Double variations	29
5 Création d'un tableau de variations : \tkzTab	30
5.1 Définition	30
5.2 Exemple 1	30
5.3 Exemple 2	30
5.4 Exemple 3	31
5.5 Exemple 4	31
6 Valeurs intermédiaires \tkzTabVal	33
6.1 Définition de \tkzTabVal	33
6.1.1 Ajout de valeurs intermédiaires	33
6.1.2 Ajout de valeurs intermédiaires avec une fonction non monotone	34
6.1.3 Ajout de valeurs intermédiaires avec un palier	34
6.1.4 Valeurs intermédiaires et plusieurs lignes de variations	35
6.2 Utilisation des options	36
6.2.1 draw : ajout d'une flèche vers la valeur ajoutée	36
6.2.2 remember : attribuer un nom à un point ou un node.	37
7 Ajout d'images \tkzTabIma et \tkzTabImaFrom	38
7.1 Définition de \tkzTabIma	38
7.1.1 Ajout de valeurs intermédiaires à partir d'un antécédent donné	38
7.1.2 Exemple avec plusieurs lignes de variations	39
7.1.3 Fonctions paramétrées	40
7.2 Définition de \tkzTabImaFrom	40
7.2.1 Utilisation d'un node défini par la macro \tkzTabInit	41
7.2.2 Utilisation d'un point défini par l'utilisateur avec remember	42
8 Tangente horizontale : \tkzTabTan et \tkzTabTanFrom	43
8.1 Définition de \tkzTabTan	43
8.2 Utilisation des arguments	43
8.2.1 Palier	43
8.2.2 Tangente à l'extrémité d'un intervalle	44
8.3 Utilisation des options	44
8.3.1 pos : position de la valeur	44
8.3.2 Variations imbriquées	45
8.4 Définition de \tkzTabTanFrom	46
8.5 Le nom est défini par le tableau	46
8.6 Le nom est donné par l'utilisateur avec l'option remember	47
9 Nombres dérivés : \tkzTabSlope	48
9.1 Ajout de nombres dérivés	48

10 Personnalisation des tableaux	49
10.1 <code>help</code> : option commune aux principales macros	49
10.1.1 <code>help</code> :option de \tkzTabInit	49
10.1.2 <code>help</code> :option de \tkzTabLine	49
10.1.3 <code>help</code> :option de \tkzTabVar	49
10.2 Les structures	52
10.2.1 La structure principale	52
10.2.2 La structure interne	53
10.2.3 La structure secondaire	53
10.2.4 Conclusion	54
10.3 Ajustement des dimensions	55
10.3.1 <code>scale</code> permet d'ajuster la taille d'un tableau	55
10.4 Exemples d'utilisation	56
10.4.1 Une croix sur un tableau	56
10.4.2 Une croix sur une case	56
10.4.3 Mise en évidence de signes	57
10.4.4 Structure principale : hachurer une zone	57
10.4.5 Mise en évidence de certaines zones	58
10.4.6 Mise en évidence de valeurs	58
10.4.7 Mise en évidence de limites	59
10.4.8 Décoration	59
10.4.9 Avec de la couleur	60
10.4.10 Écrire dans un tableau	60
10.4.11 Tableau de proportionnalité	61
11 Galerie	62
11.1 Tableaux de signes	62
11.2 Variations de fonctions	62
11.2.1 Variation d'une fonction rationnelle	62
11.2.2 Variation d'une fonction irrationnelle	63
11.3 Fonctions trigonométriques	64
11.3.1 Variation de la fonction tangente	64
11.3.2 Variation de la fonction cosinus	64
11.4 Fonctions paramétrées et trigonométriques	65
11.5 Baccalauréat Asie ES 1998	67
11.6 Baccalauréat	69
11.7 Baccalauréat Guyane ES 1998	71
Index	73

1 Installation

Il est possible que lorsque vous lirez ce document, `tkz-tab` soit présent sur le serveur du CTAN¹. Si `tkz-tab` ne fait pas encore partie de votre distribution, ce chapitre vous montre comment l'installer.

1.1 Avec TeXLive sous OS X et Linux

Créer un dossier `prof` avec comme chemin : `texmf/tex/latex/prof`.

`texmf` est un dossier personnel, voici les chemins de ce dossier sur mes deux ordinateurs :

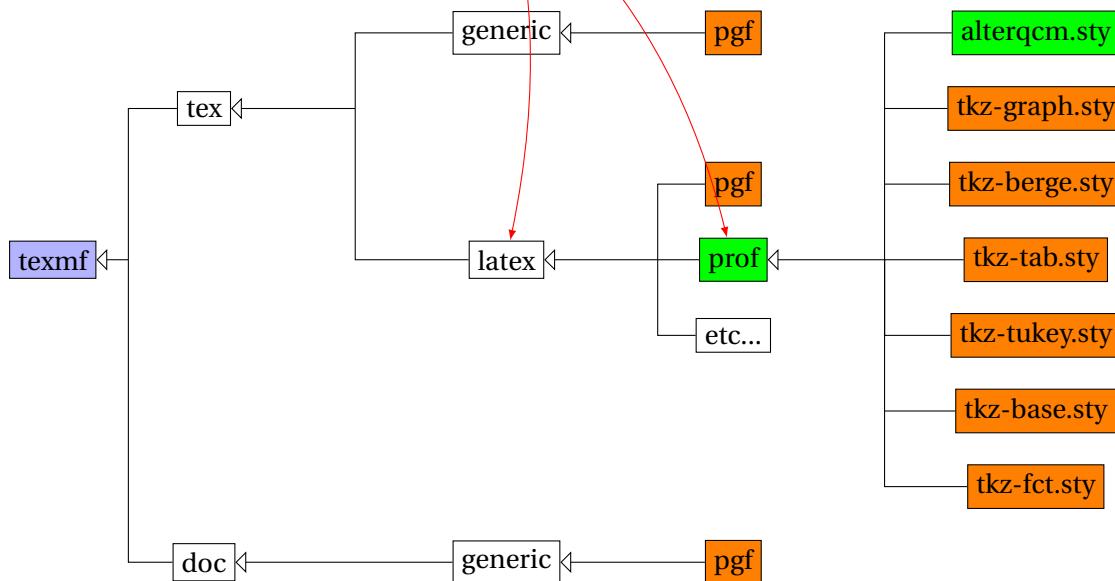
- sous OS X `/Users/ego/Library/texmf` ;
- sous Ubuntu `/home/ego/texmf` .

1. Placez `tkz-tab.sty` dans le dossier `prof`.

2. Ouvrir un terminal, puis faire `sudo texhash`

3. Vérifier que `xkeyval` version 2.5 minimum et `TikZ 2.00` sont installés car ils sont obligatoires, pour le bon fonctionnement de `tkz-tab`.

Mon dossier `texmf` est structuré ainsi : *Attention, la présence dans mon dossier `texmf`, des fichiers de PGF, s'explique par l'utilisation de la version CVS de PGF.*



1.2 Avec MikTeX sous Windows XP

Je ne connais pas grand-chose à ce système mais un utilisateur de mes packages **Wolfgang Buechel** a eu la gentillesse de me faire parvenir ce qui suit :

Pour ajouter `tkz-tab.sty` à MiKTeX² :

- ajouter un dossier `prof` dans le dossier `[MiKTeX-dir]/latex/tex`
- copier `tkz-tab.sty` dans ce dossier,

1. `tkz-tab` ne fait pas encore partie de TeXLive mais il sera bientôt possible de l'installer avec `tlmgr`
2. Essai réalisé avec la version 2.7

- mettre à jour MiKTeX, pour cela dans shell DOS lancer la commande `mktexlsr -u` ou bien encore, choisir `Start/Programs/Miktex/Settings/General` puis appuyer sur le bouton `Refresh FNDB`.

2 Initialisation d'un tableau : \tkzTabInit

2.1 Définition

```
\tkzTabInit[<local options>]{<e(1)/h(1),...,e(p)/h(p)>}{<a(1),...,a(n)>}
```

arguments	défaut	définition
liste1	no default	{(e(1)/h(1),...,e(p)/h(p))}
liste2	no default	{(a(1),...,a(n))}

Les arguments obligatoires de cette macro sont deux listes dont les éléments sont séparés par des virgules. La première contient p éléments qui définissent p lignes dans le tableau. La seconde liste contient n éléments qui définissent n antécédents. À un antécédent correspond une colonne.

- Liste 1 : les éléments de la première liste sont des paires $e(i)/h(i)$ où / est un séparateur entre d'une part, une expression $e(1)$ et d'autre part, un nombre exprimé en centimètres. $h(i)$ est pour tout i un nombre décimal qui fait référence à la hauteur en cm de la ligne qui contient l'expression $e(i)$. Les nombres décimaux utilisent le point comme séparateur.
- Liste 2 : On ne peut pas utiliser les symboles « / » et « , » dans $e(i)$ sauf si on les protège dans un groupe³. La protection de la virgule par une paire d'accolades {4,5} peut avantageusement être remplacée par une commande comme `\numprint{4,5}` ou encore `\np{4,5}`⁴.

options	défaut	définition
espcl	2 cm	espacement entre deux valeurs
lgt	2 cm	largeur de la première colonne
deltacl	0.5 cm	marge avant le premier antécédent et après le dernier
lw	0.4 pt	épaisseur des lignes du tableau
nocadre	false	par défaut, on encadre le tableau
color	false	booléen autorise la couleur ⁵
colorC	white	couleur de la première colonne
colorL	white	couleur de la première ligne
colorT	white	couleur de la partie centrale
colorV	white	couleur de la case de la variable
help	false	affiche les noms des points de construction

Le tableau ci-dessus décrit les options actuelles de la macro. Les trois premières sont essentielles pour l'esthétisme de votre tableau, ainsi que pour ses dimensions finales. Il reste cependant une possibilité car on peut encore jouer avec les options de l'environnement `tikzpicture` qui sont `scale`, `xscale` et `yscale`.

2.2 Utilisation des arguments

2.2.1 Tableau simple

Exemple :

```
\tikz \tkzTabInit{$x$ /.8 , $f(x)$ /.8}{$0$ , $+\infty$};
```

3. expression entre accolades.

4. Voir la documentation du package `numprint`.

5. Il est préférable de charger le package `xcolor` avec des options comme `usenames`, `dvipsnames` ou encore `pdftex`.

crée un tableau de deux lignes. La première ligne fait 0,8 cm de hauteur, ainsi que la seconde. La colonne de droite a pour bornes 0 et $+\infty$.

x	0	$+\infty$
$f(x)$		

2.2.2 Ajout de lignes et de colonnes

La première liste permet d'obtenir trois lignes qui ont pour hauteur 1 cm. La seconde liste comporte trois antécédents qui déterminent deux intervalles (zones). Il sera possible de placer des filets verticaux sous ces antécédents.

x	0	e	$+\infty$
$f(x)$			
$g(x)$			

```
\begin{tikzpicture}
\tkzTabInit
{$x$ /1,
 $f(x)$ /1,
 $g(x)$ /1}
{$0$,$\mathbb{E}$,$+\infty$}
\end{tikzpicture}
```

Il est à noter l'utilisation de la macro \mathbb{E} ⁶

2.2.3 Tableau minimum

Le premier argument est $/1$, c'est l'argument minimum. L'argument est une liste avec comme séparateur le symbole $/$. Celui-ci est précédé d'un blanc ou d'un vide. La première case de la ligne sera vide. Le 1 signifie 1 cm car une dimension en cm est obligatoire pour donner la hauteur de la ligne. Le deuxième argument est constitué de deux éléments vides ou bien de deux blancs séparés par une virgule. Cet argument doit contenir au minimum deux éléments. Ces deux éléments sont les bornes d'un intervalle.

--	--

```
\begin{tikzpicture}
\tkzTabInit{/ 1
{ , } }
\end{tikzpicture}
```

2.3 Utilisation des options

Tout d'abord on peut modifier certaines dimensions concernant les colonnes. Voyons les valeurs par défaut.

x	a_1	a_2	a_3
<i>lgt = 2 cm</i>	<i>espcl = 2 cm</i>	<i>espcl = 2 cm</i>	<i>deltacl = 0,5 cm</i>

6. \mathbb{E} est définie ainsi `\newcommand*{\E}{\ensuremath{\mathbb{E}}}`.

2.3.1 **lgt** : modification de la largeur de la première colonne

Par défaut la largeur de cette première colonne est de 2 cm. L'unité est toujours le cm.

x	1	3
---	---	---

```
\begin{tikzpicture}
\tkzTabInit[lgt=3]{ $x$ / 1}
{ $1$ , $3$ }
\end{tikzpicture}
```

2.3.2 **espcl** : modification de l'espacement entre deux valeurs

x	1	4
---	---	---

```
\begin{tikzpicture}
\tkzTabInit[lgt=3,espcl=4]%
{ $x$ / 1}
{ $1$ , $4$ }
\end{tikzpicture}
```

2.3.3 **deltacl** : modification des espacements aux extrémités

x	1	4
---	---	---

```
\begin{tikzpicture}
\tkzTabInit[lgt=3,deltacl=1]%
{ $x$ / 1}
{ $1$ , $4$ }
\end{tikzpicture}
```

2.3.4 **lw** : épaisseur des lignes du tableau

Ce n'est pas recommandé. Il est préférable que tous les traits d'un document aient la même épaisseur qui par défaut est de 0,4 pt.

--	--

```
\begin{tikzpicture}
\tkzTabInit[lw=2pt]{ / 1}
{ , }
\end{tikzpicture}
```

2.3.5 **nocadre** : suppression du cadre externe


```
\begin{tikzpicture}
\tkzTabInit[nocadre]{ / 1, /1, /1}
{ , }
\end{tikzpicture}
```

2.3.6 **color** : utilisation de la couleur dans un tableau

color est un booléen et indique que l'on veut utiliser la couleur. Pour cela, il faut donner les couleurs attribuées à la première ligne **colorL**, la première colonne **colorC**, à la case de la variable **colorV** et aux lignes **colorT**. Il est possible d'attribuer une couleur pour une ligne particulière.

tkzTabInit{[color]} signifie que le booléen **color** est à vrai.


```
\begin{tikzpicture}
\tkzTabInit[color,
colorT = yellow!20,
colorC = orange!20,
colorL = green!20,
colorV = lightgray!20]
{ /1 , /1}{ , }
```

t	α	β	γ
a			
b			
c			
d			

```
\begin{tikzpicture}
\tkzTabInit[color,
colorT = yellow!20,
colorC = red!20,
colorL = green!20,
colorV = lightgray!20,
lgt    = 1,
espcl  = 2.5]%
{$t$/1,$a$/1,$b$/1,$c$/1,$d$/1}%
{$\alpha$,$\beta$,$\gamma$}%
\end{tikzpicture}
```

2.3.7 **help** : Affiche la structure du tableau

Voir la section « personnalisation » (10).

3 Création d'une ligne de signes : \tkzTabLine

3.1 Définition

```
\tkzTabLine[<local options>]{<s(1),...,s(2n-1)>}
```

n est le nombre d'éléments du second argument de tkzTabInit.

symbole de rang impair	définition
z	place un trait en pointillés et un zéro centré
t	place un trait en pointillés centré
d	place une double barre centré
_	tout comme l'absence de symbole, aucune action
symbole de rang pair	définition
h	zone interdite
+	le signe +
-	le signe -
_	tout comme l'absence de symbole, aucune action

\tkzTabLine accepte comme argument une liste constituée de symboles. Dans une utilisation normale, les symboles font partie de deux catégories ; les symboles de rang impair et les symboles de rang pair. Cette distinction est due au fait que les symboles de rang impair sont en général des traits (filets) et ceux pour les places de rang pair sont en général des signes «+ ou -». Les symboles de rang impair agissent graphiquement, et permettent de tracer des filets verticaux. L'argument de \tkzTabLine en contient *n* si on suppose que le deuxième argument de \tkzTabInit possède *n* éléments (antécédents). Les symboles de rang pair permettent d'obtenir un signe «+ ou -» ou bien une zone interdite (hachurée ou colorée). Chaque ligne de signes en contient *n* – 1 et contiendra donc un total de $2n - 1$ éléments, c'est à dire $2n - 2$ virgules!

Les différents symboles "reconnus" sont donnés dans le tableau ci-dessus, mais vous devez savoir que l'on peut mettre pratiquement n'importe quoi. Cependant attention ! la virgule (,) est le séparateur de liste aussi vous devez prendre des précautions pour introduire un nombre à virgule. Vous avez plusieurs possibilités :

- {4,5} on place le nombre entre des accolades.
- \numprint{4,5} ou encore \np{4,5}, ce qui nécessite de charger l'excellent package numprint avec l'option np pour le raccourci.

options	défaut	définition
style	dotted	style des traits verticaux
help	no default	affiche la structure d'une ligne de signes

Il est possible de changer localement le style des filets verticaux et il est possible d'avoir des renseignements sur la structure de la ligne.

3.2 Nombre d'arguments utilisés.

La syntaxe générale est :

```
\tkzTabInit{ e(1),...,e(i),...,e(p)} % tableau à p lignes.
      { a(1),...,a(i),...,a(n)} % n antécédents
\tkzTabLine{ s(1),...,s(i),...,s(2n-1)}
```

Si on utilise n antécédents pour la première ligne alors il y aura n symboles de rang impair et $n - 1$ symboles de rang pair, soit $2n - 1$ symboles.

Les principaux symboles utilisés sont : z pour un zéro placé sur un trait, t pour un trait correspondant à un zéro d'une autre ligne, d pour une valeur pour laquelle l'expression n'est pas définie.

Voyons une illustration simple : trois antécédents a_1 , a_2 , et a_3 permettront de mettre $2 \times 3 - 1 = 5$ symboles. Les 3 valeurs de la première ligne impliquent pour l'argument de `\tkzTabLine` de posséder $2 \times 3 - 1 = 5$ éléments c'est-à-dire être une liste comportant 3 symboles de rang impair et 2 symboles de rang pair, soit un total de 5 symboles qui seront séparés par 4 virgules.

x	a_1	a_2	a_3
$f(x)$	1	2	3

Pour obtenir cette ligne, il faut entrer

```
\tkzTabLine{ $1$ , $2$ , $3$ , $4$ , $5$ }
```

3.3 Emploi minimum

La deuxième ligne est vide mais l'argument `\tkzTabLine` doit comporter 4 virgules. C'est en effet une liste comportant $5 = 2 \times 3 - 1$ valeurs.

```
\tkzTabLine{,,,} ou \tkzTabLine{ , , , , }
```

x	v_1	v_2	v_3
$f(x)$			

```
\begin{tikzpicture}
\tkzTabInit[espcl=1.5]
{$x$ / 1 , $f(x)$ / 1 }%
{$v_1$ , $v_2$ , $v_3$ }%
\tkzTabLine{ , , , }
\end{tikzpicture}
```

3.3.1 t : ajout d'un trait

Cette option place un simple trait verticalement.

x	v_1	v_2	v_3
$f(x)$	⋮	⋮	⋮

```
\begin{tikzpicture}
\tkzTabInit[espcl=1.5]
{$x$ / 1 , $f(x)$ / 1 }%
{$v_1$ , $v_2$ , $v_3$ }%
\tkzTabLine{ t , t , t , t }
\end{tikzpicture}
```

3.3.2 z : ajout d'un zéro sur un trait vertical

x	v_1	v_2	v_3
$f(x)$	0	0	0

```
\begin{tikzpicture}
\tkzTabInit[espcl=1.5]
{$x$ / 1 , $f(x)$ / 1 }%
{$v_1$ , $v_2$ , $v_3$ }%
\tkzTabLine{ z , z , z , z }
\end{tikzpicture}
```

3.3.3 d : double barre

On peut aussi avoir le cas d'une fonction non définie en 0 et en 2 mais s'annulant en 1. On place à chaque extrémité le symbole d.

x	0	1	2
$g(x)$		+	0 -

```
\begin{tikzpicture}
\tkzTabInit[espcl=1.5]%
{$x$ / 1,$g(x)$ / 1}%
{$0$,$1$,$2$}%
\tkzTabLine{d,+,,0,-,d}
\end{tikzpicture}
```

On peut aussi avoir le cas d'une fonction admettant une dérivée à droite différente de la dérivée à gauche

x	$-\infty$	0	$+\infty$
$f'(x)$	+	-	

```
\begin{tikzpicture}
\tkzTabInit[lgt=1.5,espcl=1.75]%
{$x$ / 1,$f'(x)$ / 1}%
{$-\infty$,$0$,$+\infty$}%
\tkzTabLine{,+,,d,-,}
\end{tikzpicture}
```

3.4 Utilisation des symboles de rang pair

Pour un tableau de signe, en principe les symboles de rang pair mais il est possible de détourner l'emploi de base de cette macro. L'exemple suivant montre un cas classique d'une zone du tableau qui correspond à des valeurs interdites. par défaut avec le symbole h, la zone est grisée mais on peut hachurer cette zone si on préfère. Le dernier exemple montre comment détourner l'usage principal.

3.4.1 h : zone interdite

Une fonction peut ne pas être définie sur un intervalle, ici $[1 ; 2]$. La partie du tableau qui correspond à cet intervalle sera hachurée ou bien colorée (par défaut, la zone est grise). Des options permettant de personnaliser seront offertes. Pour l'exemple suivant, il suffit de placer h entre les deux d qui correspondent aux valeurs interdites 1 et 2.

x	0	1	2	3
$g(x)$	0	+		-

```
\begin{tikzpicture}
\tkzTabInit[color,espcl=1.5]
{$x$ / 1,$g(x)$ / 1}
{$0$,$1$,$2$,$3$}%
\tkzTabLine{z, + , d , h , d , - , t}
\end{tikzpicture}
```

3.5 Utilisation des options

3.5.1 t style : modification du style des traits verticaux

x	v_1	v_2	v_3
$f(x)$			

```
\begin{tikzpicture}
\tkzTabInit[espcl=1.5]
{$x$ / 1 , $f(x)$ / 1 }%
{$v_1$ , $v_2$ , $v_3$ }%
\tkzTabLine{ t, , t , , t }
\end{tikzpicture}
```

x	v_1	v_2	v_3
$f(x)$	0	0	0

```
\begin{tikzpicture}
\tkzTabInit[espcl=1.5]
{$x$ / 1 , $f(x)$ /1 }%
{$v_1$ , $v_2$ , $v_3$ }%
\tkzTabLine{ z, , z , , z }
\end{tikzpicture}
```

3.5.2 **help** : Affiche la structure du tableau

Voir la section « personnalisation » (10).

3.6 Utilisation des styles

3.6.1 **h style** : modification de la couleur d'une zone interdite

Si vous préférez hachurer une zone du tableau, alors il faut modifier un style.

x	0	1	2	3
$g(x)$	0	+		-

```
\begin{tikzpicture}
\tikzset{h style/.style = {fill=red!50}}
\tkzTabInit[color,espcl=1.5]%
{$x$ / 1,$g(x)$ / 1}%
{$0$,$1$,$2$,$3$}%
\tkzTabLine{z,+,,h,d,-,t}
\end{tikzpicture}
```

Cette fois la zone est hachurée.

x	0	1	2	3
$g(x)$	0	+		-

```
\begin{tikzpicture}
\tikzset{h style/.style =
{pattern=north west lines}}
\tkzTabInit[color,espcl=1.5]%
{$x$ / 1,$g(x)$ / 1}%
{$0$,$1$,$2$,$3$}%
\tkzTabLine{z,+,,h,d,-,t}
\end{tikzpicture}
```

3.7 Exemples

3.7.1 Simplification d'une expression comportant une valeur absolue

x	$-\infty$	2	$+\infty$
$2 - x$	+	0	-
$ 2 - x $	$2 - x$	0	$x - 2$

```
\begin{tikzpicture}
\tkzTabInit[lgt=2,espcl=1.75]%
{$x$/1,$2-x$/1, $\vert 2-x \vert$/1}%
{$-\infty$,$2$,$+\infty$}%
\tkzTabLine{, + , z , - , }
\tkzTabLine{, 2-x ,z, x-2, }
\end{tikzpicture}
```

3.7.2 Tableau de signes

x	0	1	2	e	$+\infty$
$x^2 - 3x + 2$	+	0	-	0	+
$(x - e) \ln x$		+	0	-	- 0 +
$\frac{x^2 - 3x + 2}{(x - e) \ln x}$	+	+	0	-	+

```

\begin{tikzpicture}
\tkzTabInit[lgt=3,espcl=1.5]%
{$x$ , $x^2-3x+2$ , $(x-\mathbb{E}) \ln x$ , $\frac{x^2-3x+2}{(x-\mathbb{E}) \ln x}$ /2}
\tkzTabLine{ t,+,-,+,-,+,-, }
\tkzTabLine{ d,+,-,-,+,-, }
\tkzTabLine{ d,+,-,+,-, }

\end{tikzpicture}

```

3.7.3 Signe d'une expression du second degré

Si $\Delta \geq 0$ on peut écrire $ax^2 + bx + c = a\left(x - \frac{-b - \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}\right)\left(x - \frac{-b + \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}\right)$

x	$-\infty$	x_1	x_2	$+\infty$	
$\Delta > 0$ Le signe de $ax^2 + bx + c$	signe de a	0	signe opposé de a	0	signe de a

```
\begin{tikzpicture}
\begin{array}{c}
\tkzTabInit[espcl=3]{x}{a,b,c,\Delta}%
{\text{signe de } ax^2+bx+c / 1.5}%
{\text{$x < -\frac{b}{2\Delta}$}, \text{$-\frac{b}{2\Delta} \leq x < -\frac{b+\sqrt{\Delta}}{a}$}}, \text{$x > -\frac{b+\sqrt{\Delta}}{a}$}}%
\begin{array}{c}
\tkzTabLine{+, -, +} \\
\tkzTabLine{+, -, +} \\
\tkzTabLine{+, -, +}
\end{array}
\end{array}
\end{tikzpicture}
```

Il faut noter l'emploi de la macro \genfrac⁷.

Si $\Delta = 0$ alors on peut écrire $ax^2 + bx + c = a\left(x + \frac{b}{2a}\right)^2$

7. \genfrac est une macro du package amsmath

x	$-\infty$	$\frac{-b}{2a}$	$+\infty$
$\Delta = 0$ Le signe de $ax^2 + bx + c$	signe de a	0	signe de a

```
\begin{tikzpicture}
\tkzTabInit[color,lgt=5,espcl=3]%
{$x$ / 1 , $\Delta=0$\ Le signe de\\ $ax^2+bx+c$ / 2}%
{${}-\infty$,${}\frac{-b}{2a}$,$+\infty$}%
\tkzTabLine{, \genfrac{}{}{0pt}{}{\text{signe de}}{a}, z
, \genfrac{}{}{0pt}{}{\text{signe de}}{a}, }
\end{tikzpicture}
```

$$\text{Si } \Delta < 0 \text{ alors } ax^2 + bx + c = a \left[\left(x + \frac{b}{2a} \right)^2 - \frac{b^2 - 4ac}{4a^2} \right]$$

x	$-\infty$	$+\infty$
$\Delta < 0$ Le signe de $ax^2 + bx + c$	signe de a	

```
\begin{tikzpicture}
\tkzTabInit[color,lgt=5,espcl=5]%
{$x/.8,\Delta<0$\ Le signe de\\ $ax^2+bx+c$/2}%
{${}-\infty$,$+\infty$}%
\tkzTabLine{, \genfrac{}{}{0pt}{}{\text{signe de}}{a}, }
\end{tikzpicture}
```

4 Création d'une ligne de variations : \tkzTabVar

4.1 Définition

\tkzTabVar[<local options>]{<el(1), ..., el(n)>}

avec $\text{el}(i) = \text{s}(i) / \text{e}(i)$ ou bien $\text{el}(i) = \text{s}(i) / \text{eg}(i) / \text{ed}(i)$.

$\text{s}(i)$ est une série de symboles à choisir dans le tableau ci-dessous. $\text{eg}(i)$ et $\text{ed}(i)$ sont des expressions mathématiques qui se placent à gauche et à droite des filets verticaux. $\text{e}(i)$ est une expression centrée sur un filet.

Groupe 1 avec un seul signe			
$\text{s}(i)$	Position des expressions	$\text{el}(i)$	
-	expression unique et centrée en bas $\text{eg}=\text{ed}$	- / e	
+	expression unique et centrée en haut $\text{eg}=\text{ed}$	+ / e	
R	rien, on passe à l'expression suivante	R (/)	
-C	prolongement par continuité en bas, centrée	-C / e	
+C	prolongement par continuité en haut, centrée	+C / e	
-H	expression en bas et centrée puis zone interdite	-H / e	
+H	expression en haut et centrée puis zone interdite	+H / e	
+D	discontinuité, expression en haut à gauche	+D / e	
-D	discontinuité, expression en bas à gauche	-D / e	
D+	discontinuité, expression en haut et à droite	D+ / e	
D-	discontinuité, expression en bas et droite	D- / e	
+DH	discontinuité à gauche et en haut puis zone interdite	+DH / e	
-DH	discontinuité à gauche et en bas puis zone interdite	-DH / e	
+CH	prolongement par continuité puis zone interdite	+CH / e	
-CH	idem mais expression en bas et à gauche	-CH / e	
Groupe 2 avec deux signes			
+D-	discontinuité,	deux expressions	+D- / eg/ed
-D+	discontinuité, ...	qui sont	-D+ / eg/ed
+D+	discontinuité, ...	soit à gauche ,soit à droite	+D+ / eg/ed
-D-	discontinuité, ...	soit en haut, soit en bas	-D- / eg/ed
+CD+	prolongement par continuité à gauche et		+CD+ / eg/ed
-CD-	...	deux expressions qui sont	-CD- / eg/ed
+CD-	...	soit à gauche ,soit à droite	+CD- / eg/ed
-CD+	...	soit en haut, soit en bas	-CD+ / eg/ed
+DC+	prolongement par continuité à droite et		+DC+ / eg/ed
-DC-	...	deux expressions qui sont	-DC- / eg/ed
+DC-	...	soit à gauche ,soit à droite	+DC- / eg/ed
-DC+	...	soit en haut, soit en bas	-DC+ / eg/ed
+V+	comme une discontinuité mais sans double barre et		+V+ / eg/ed
-V-	...	deux expressions qui sont	-V- / eg/ed
+V-	...	soit à gauche ,soit à droite	+V- / eg/ed
-V+	...	soit en haut, soit en bas	-V+ / eg/ed
_	laisse la place vide dans certains cas		

La macro \tkzTabVar nécessite un argument qui est une liste. Cette liste contient n éléments correspondant aux n antécédents de la première ligne. Chaque élément donne la position d'une ou de deux expressions par rapport à la ligne avec un signe + (en haut) ou bien un signe - (en bas). Ces expressions sont, soit des images, soit des limites.

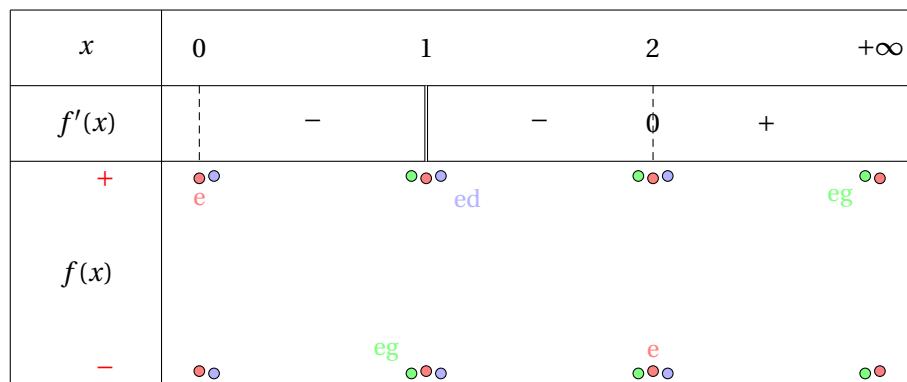
Les éléments $\text{el}(i)$ ont pour forme :

soit $\{ s(i) / e(i) \}$ ou bien $\{ s(i) / e(i) / \}$, soit $\{ s(i) / eg(i) / ed(i) \}$.

La première forme correspond aux symboles qui ne possèdent qu'un signe + ou - et qui placent une seule expression ; la seconde correspond aux symboles qui possèdent deux signes et qui placent deux expressions. Les expressions sont des valeurs prises à gauche $eg(i)$ ou bien à droite $ed(i)$ par la fonction ou encore des limites mais les expressions peuvent être vides. Un signe + ou - à gauche (resp. à droite) des symboles correspond à $eg(i)$ (resp. à $ed(i)$).

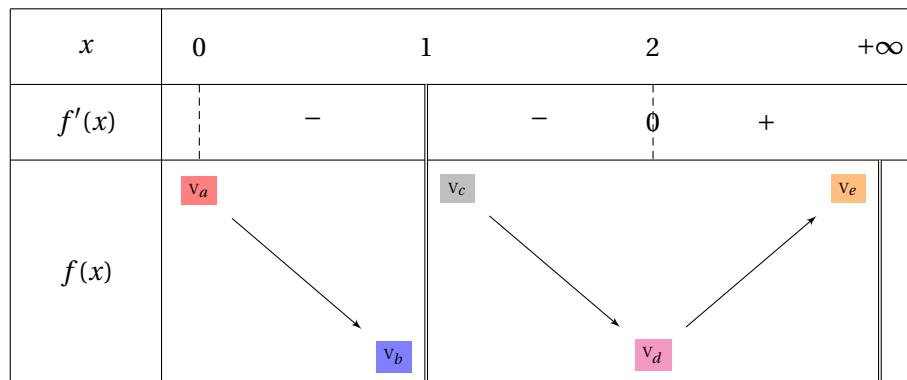
options	défaut	définition
color	black	couleur des flèches
help	affiche la structure d'une ligne de variations	

Un schéma étant parfois plus simple qu'un long discours ...



Pour les besoins de certains tableaux, j'ai employé les macros suivantes :

```
\newcommand*\{\va\}{\colorbox{red!50} {\$\\scriptscriptstyle V_a\$}}
\newcommand*\{\vb\}{\colorbox{blue!50} {\$\\scriptscriptstyle V_b\$}}
\newcommand*\{\vbo\}{\colorbox{blue!50} {\$\\scriptscriptstyle V_{b1}\$}}
\newcommand*\{\vbt\}{\colorbox{yellow!50} {\$\\scriptscriptstyle V_{b2}\$}}
\newcommand*\{\vc\}{\colorbox{gray!50} {\$\\scriptscriptstyle V_c\$}}
\newcommand*\{\vd\}{\colorbox{magenta!50} {\$\\scriptscriptstyle V_d\$}}
\newcommand*\{\ve\}{\colorbox{orange!50} {\$\\scriptscriptstyle V_e\$}}
```

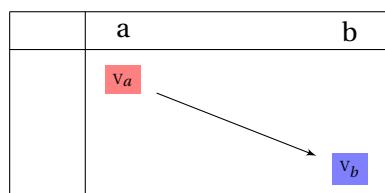


```
\begin{tikzpicture}
\tkzTabInit[lgt=2,espcl=3]{$x$/1,$f'(x)$/1,$f(x)$/3}%
{$0$,$1$,$2$,$+\infty$}%
\tkzTabLine{t,-,d,-,z,+,%
\tkzTabVar{+/\va , -D+/\vb/\vc,-/\vd, +D/\ve}%
\end{tikzpicture}
```

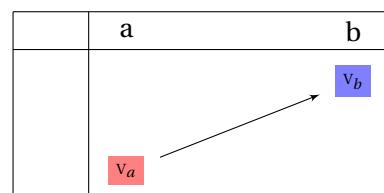
Commentaires : Les signes + et – permettent de positionner une extrémité de la flèche en haut ou en bas de la ligne. Ensuite, en présence d'un seul signe, une seule expression est nécessaire. La position par rapport à la colonne est donnée par la position du signe par rapport aux autres symboles (voir +D). –D+ nécessite deux expressions.

4.2 Utilisation des symboles

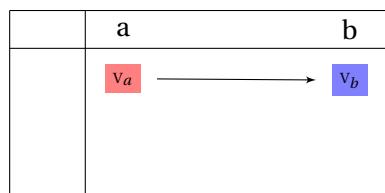
{+ / \va , - / \vb }



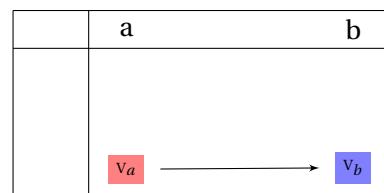
{ - / \va , + / \vb }



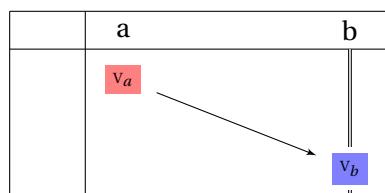
{+ / \va , + / \vb }



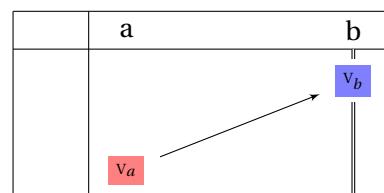
{ - / \va , - / \vb }



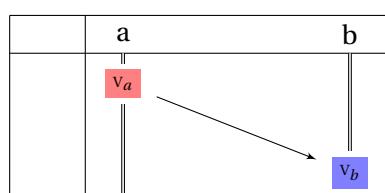
{+ / \va , -C / \vb }



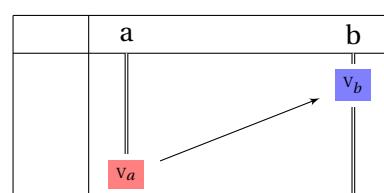
{ - / \va , +C / \vb }



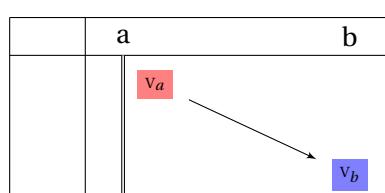
{+C / \va , -C / \vb }



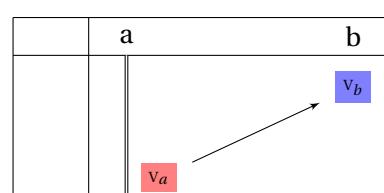
{ -C / \va , +C / \vb }



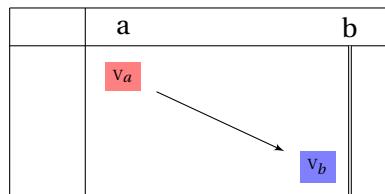
{ D+ / \va , - / \vb }



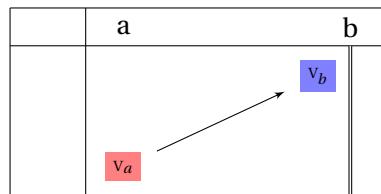
{ D- / \va , + / \vb }



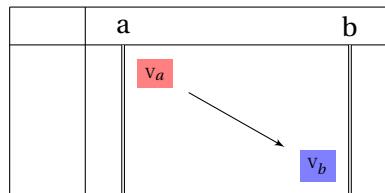
{+/\va , -D / \vb}



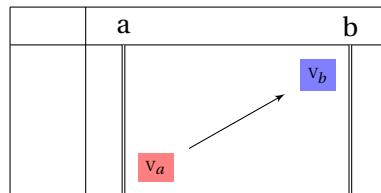
{-/va , +D / \vb }



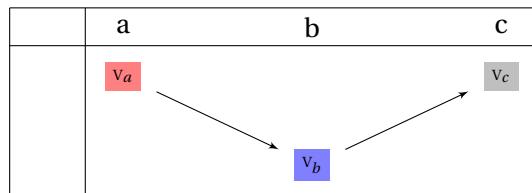
{D+ / \va , -D / \vb }



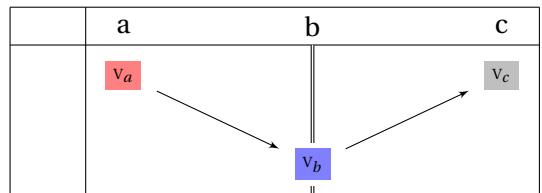
{D- / \va , +D / \vb }



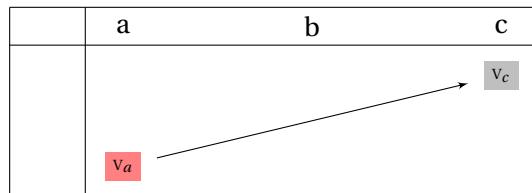
{+/ \va , -/ \vb , +/ \vc }



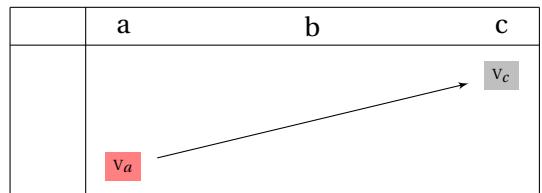
{+/ \va , -C/ \vb , +/ \vc/ }



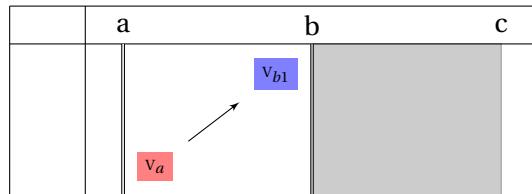
{- / \va , R , +/ \vc }



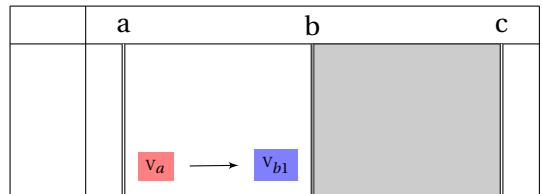
{- / \va , R , +/ \vc }



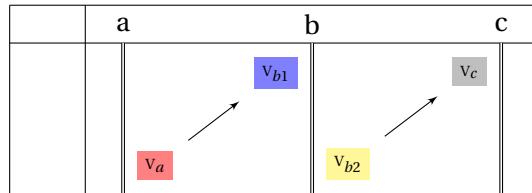
{D-/ \va , +DH/\vb o/ , }



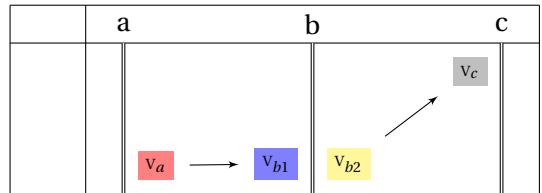
{D-/ \va , -DH/\va/\vb , D+/ }



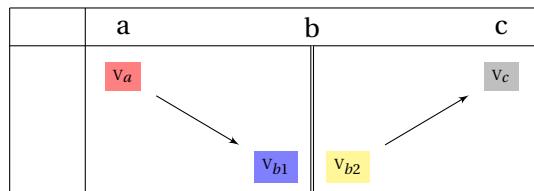
{D-/ \va , +D-/ \vb o/\vb t , +D/\vc }



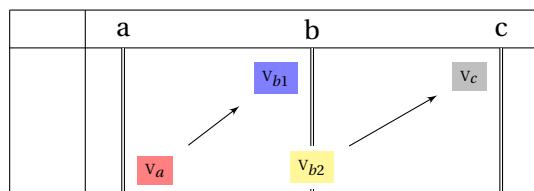
{D-/ \va , +D-/ \vb o/\vb t , +D/\vc }



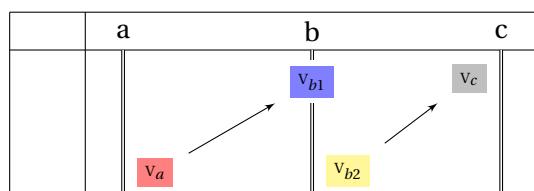
{+/\va , -D- / \vbo/\vbt , +/\vc}



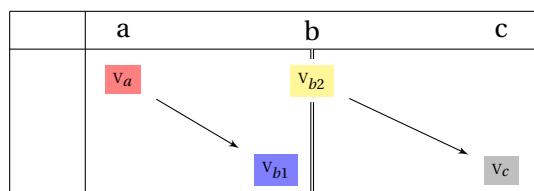
{D-/va , +DC-/vbo/vbt , +D/vc}



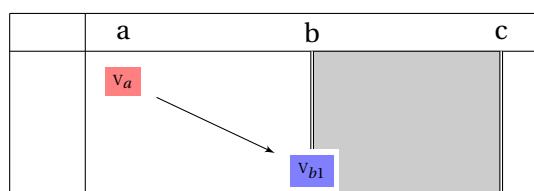
{D-/va , +CD-/vbo/vbt , +D/vc}



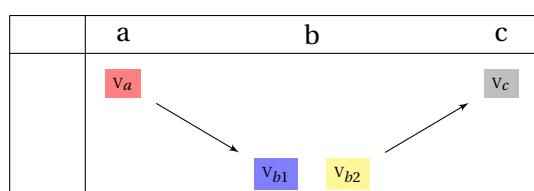
{+/\va , -DC+ /\vbo/\vbt , - /\vc}



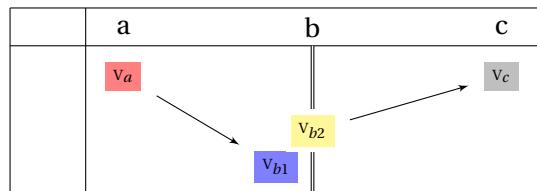
{+/\va , -CH /\vbo/\vbt , D+/}



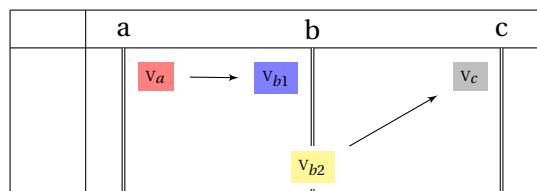
{+/\va , -V- /\vbo /\vbt , +/\vc}



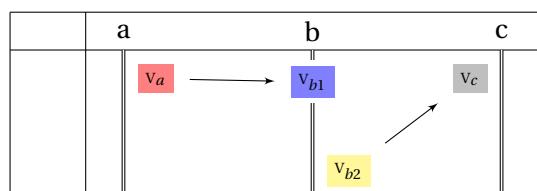
{+ /\va , -DC- /\vbo/\vbt , + /\vc}



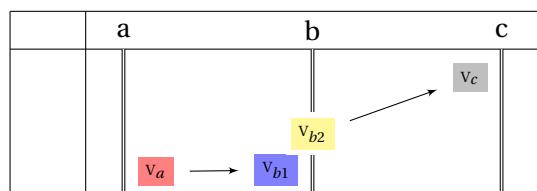
{D+/va , +DC-/vbo/vbt , +D/vc}



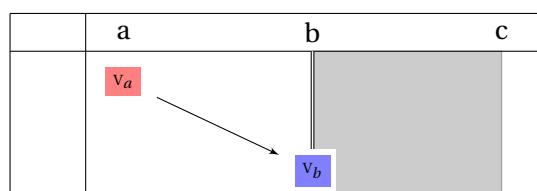
{D-/va , +CD-/vbo/vbt , +D/vc}



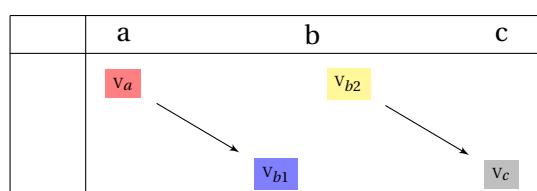
{D-/va , -DC+ /\vbo/\vbt , +D/vc}



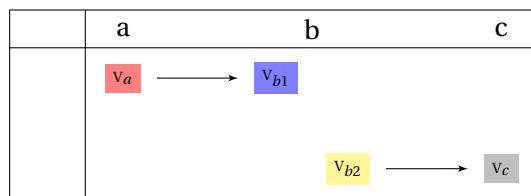
{+ /\va , -CH/\vb, //}



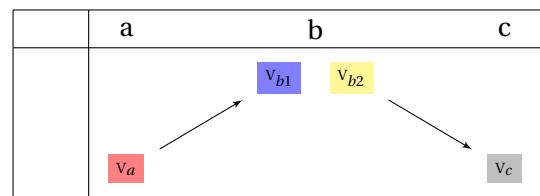
{+/ \va , -V+ / \vbo/ \vbt , -/ \vc}



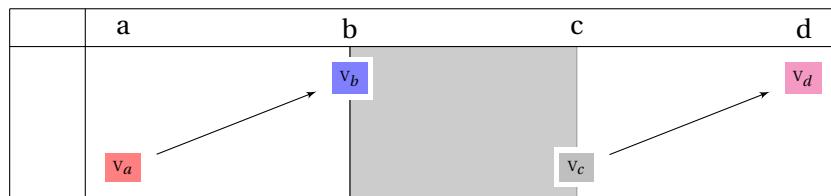
{+/ \va , +V- /\vbo/ \vbt , -/\vc}



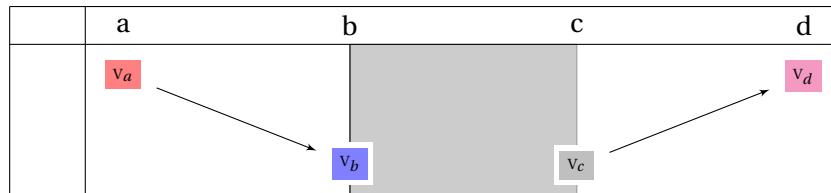
{-/ \va , +V+ / \vbo/\vbt, -/\vc}



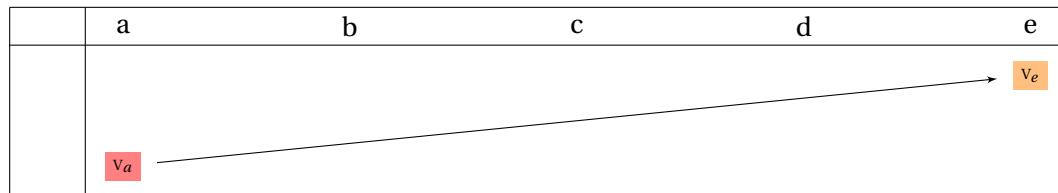
{-/ \va , +H/\vb, -/\vc, +/ \vd}



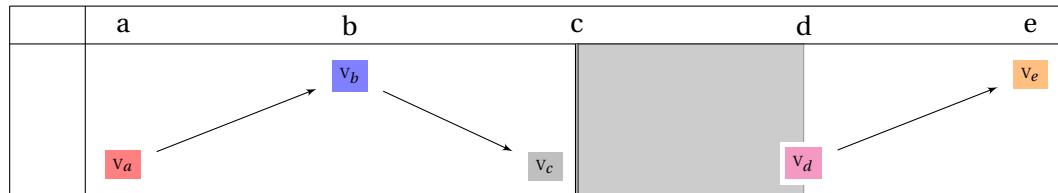
{+/ \va , -H/\vb, -/\vc, +/ \vd}



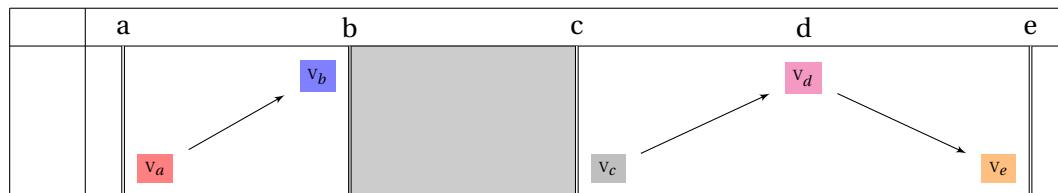
{-/ \va , R , R , R , +/ \ve}



{-/ \va , +/\vb , -DH/\vc , -/\vd , +/ \ve}



{D-/ \va , +DH/\vb/ , D-/ \vc , +/\vd , +D/\ve}



Commentaires

- on peut employer la syntaxe suivante dans pratiquement tous les cas $s(i)/\dots/\dots$ mais alors il faut bien positionner les expressions ;
- l'argument vide est employé parfois à la fin d'une ligne mais dans ce cas aucune flèche n'est tracée ;
- C+ et C- n'existent pas. +C et -C suffisent car les expressions sont centrées ;

- $D+$ et $D-$ existent.

4.3 Utilisation des options

4.3.1 color : modification de la couleur des flèches

Il est possible de personnaliser le tableau à l'aide de styles.

x	0	$+\infty$
Signe de $\frac{1}{x}$		+
Variation de \ln	$-\infty$	$+\infty$

```
\begin{tikzpicture}
\begin{array}{|c|c|c|} \hline
x & 0 & +\infty \\ \hline
Signe de \frac{1}{x} & | & + \\ \hline
Variation de \ln & -\infty & +\infty \\ \hline
\end{array}
\end{tikzpicture}
```

4.3.2 help : affiche la structure du tableau

Voir le chapitre personnalisation¹⁰

4.4 Utilisation des styles

4.4.1 Modification de la couleur d'une zone interdite

Si vous préférez hachurer une zone du tableau, alors il faut modifier un style.

Par défaut, h_style est défini ainsi :

```
\tikzset{h_style/.style = {fill=gray, opacity=0.4}}
```

Une autre définition peut être :

```
\tikzset{h_style/.style = {fill=red!50}}
```

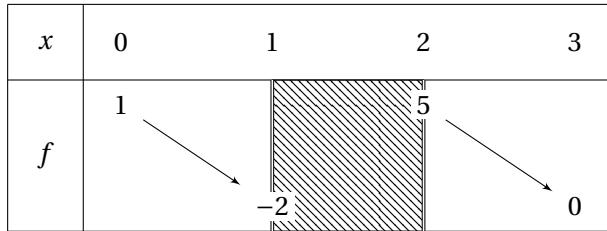
x	0	1	2	3
f	1	-2	5	0

```
\begin{tikzpicture}
\tikzset{h style/.style = {fill=red!50}}
\tkzTabInit[lgt=1,espcl=2]{$x$ /1, $f$ /2}{$0$,$1$,$2$,$3$}%
\tkzTabVar{+/- $1$ / , -CH/ $-2$ / , +C/ $5$ , -/ $0$ / }
\end{tikzpicture}
```

4.4.2 **h style** Zone interdite hachurée

```
\tikzset{h style/.style = {pattern=north west lines}}
```

Ce code permet d'hachurer la zone



```
\begin{tikzpicture}
\tikzset{h style/.style = {pattern=north west lines}}
\tkzTabInit[lgt=1,espcl=2]{$x$ /1, $f$ /2}{$0$,$1$,$2$,$3$}%
\tkzTabVar{+/- $1$ / , -CH/ $-2$ / , +C/ $5$ , -/ $0$ / }
\end{tikzpicture}
```

4.4.3 **arrow style** style des flèches.

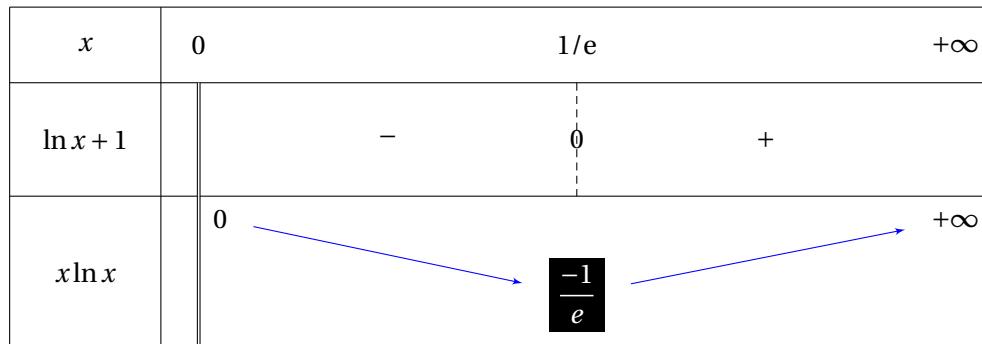
Le style des flèches est `arrow style` et il est défini ainsi :

```
\tikzset{arrow style/.style = {\cmdTAB@VA@color,
->,
> = latex',
shorten > = 2pt,
shorten < = 2pt}}
```

On limite l'approche des nodes par les arrows. Voici une modification possible du style

```
\tikzset{arrow style/.style = {blue,
->,
> = latex',
shorten > = 6pt,
shorten < = 6pt}}
```

La couleur et l'approche des flèches sont modifiées.



```
\begin{tikzpicture}
\tikzset{arrow style/.style = {blue,
->, 
> = latex',
shorten > = 6pt,
shorten < = 6pt}}
\begin{array}{c|ccc}
& 0 & 1/e & +\infty \\ \hline
\ln x + 1 & - & 0 & + \\ 
x \ln x & 0 & \frac{-1}{e} & +\infty
\end{array}

```

4.4.4 node style Style des nodes

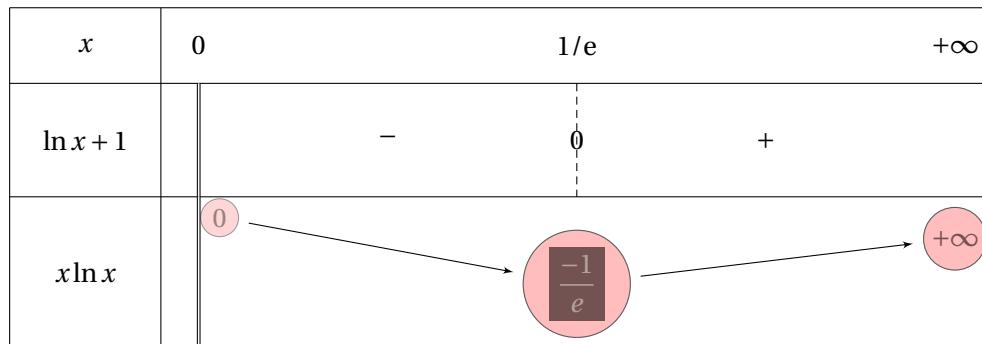
Par défaut, Le style des nodes est `node style` et il est défini ainsi :

```
\tikzset{node style/.style = {inner sep = 2pt,
outer sep = 2pt,
fill = \cmdTAB@tbs@colorT}}
```

Si on veut apporter des modifications mais conserver une partie de ce style, on peut agir ainsi :

```
\tikzset{node style/.append style = {draw,circle,fill=red!40,opacity=.4}}
```

Par défaut les nodes sont des rectangles non tracés, ils deviennent des disques

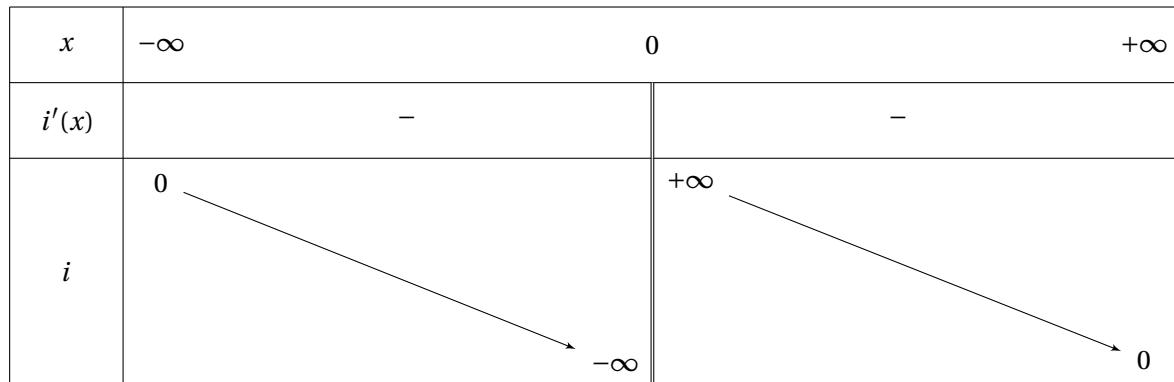


```
\begin{tikzpicture}
\tikzset{node style/.append style = {draw,circle,fill=red!40,opacity=.4}}
\tkzTabInit[espcl=5]{$x$ /1, $\ln x$ +1$ /1.5, $x \ln x$ /2}%
{$0$ , $1/\ln x$ , $+\infty$}%
\tkzTabLine{d,-,z,+,,}
\tkzTabVar%
{ D+/ / $0$ ,%
-/ \colorbox{black}{\textcolor{white}{$\frac{-1}{e}$}}/ ,%
+/ $+\infty$ / }%
\end{tikzpicture}
```

4.5 Quelques exemples

4.5.1 Fonction inverse

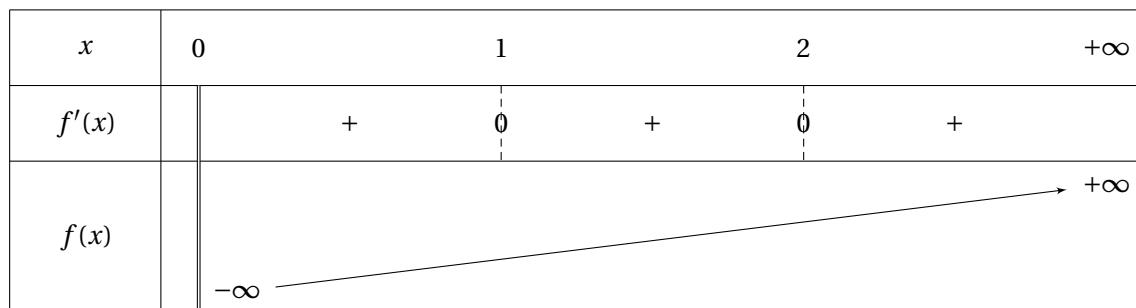
Étude de la fonction inverse $i : x \mapsto \frac{1}{x}$ sur $]-\infty ; 0[\cup]0 ; +\infty[$



```
\begin{tikzpicture}
\tkzTabInit[lgt=1.5,espcl=6.5]{$x$ /1,$i'(x)$ /1,$i$ /3}%
{$-\infty$,$0$,$+\infty$}%
\tkzTabLine{,-,d,-,}
\tkzTabVar{+/- $0$ / ,-$\infty$ / $-\infty$ / $+\infty$ , -$0$ / }%
\end{tikzpicture}
```

4.5.2 Fonction avec des paliers, emploi du symbole R

Il est possible avec R de passer plusieurs valeurs.



```
\begin{tikzpicture}
\tkzTabInit[espcl=4]{$x$ /1,$f'(x)$ /1,$f(x)$ /2}%
{$0$ , $1$ , $2$ , $+\infty$}%
\tkzTabLine{d,+ , z,+ , z,+ , }
\tkzTabVar{D-/ / $-\infty$ ,R/ / ,R/ / ,+$\infty$ / }%
\end{tikzpicture}
```

4.5.3 Zone interdite

x	0	1	2	3
f	1			$+\infty$

```
\begin{tikzpicture}
\begin{tkzTabInit}[lgt=1,espcl=2]{$x$ /1, $f$ /2}{$0,$1,$2,$3$}%
\begin{tkzTabVar}{+/ $1$ / , -DH/ $-\infty$ / ,D+/ $+\infty$ , -$2$ / }
\end{tkzTabVar}
\end{tkzTabInit}
\end{tikzpicture}
```

4.5.4 Zone interdite + prolongement par continuité

x	0	1	2	3
f	1			$+\infty$

```
\begin{tikzpicture}
\begin{tkzTabInit}[lgt=1,espcl=2]{$x$ /1, $f$ /2}{$0,$1,$2,$3$}%
\begin{tkzTabVar}{+/ $1$ / , -CH/ $-2$ / , D+/ $+\infty$ , -$2$ / }
\end{tkzTabVar}
\end{tkzTabInit}
\end{tikzpicture}
```

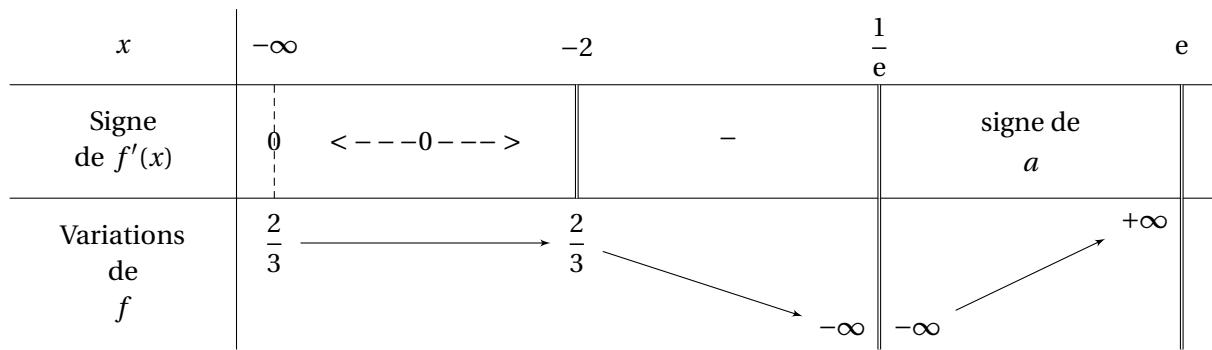
4.5.5 Zone interdite + double prolongement par continuité

x	0	1	2	3
f	1		5	0

```
\begin{tikzpicture}
\begin{tkzTabInit}[lgt=1,espcl=2]{$x$ /1, $f$ /2}{$0,$1,$2,$3$}%
\begin{tkzTabVar}{+/ $1$ / , -CH/ $-2$ / , +C/ $5$ , -$0$ / }
\end{tkzTabVar}
\end{tkzTabInit}
\end{tikzpicture}
```

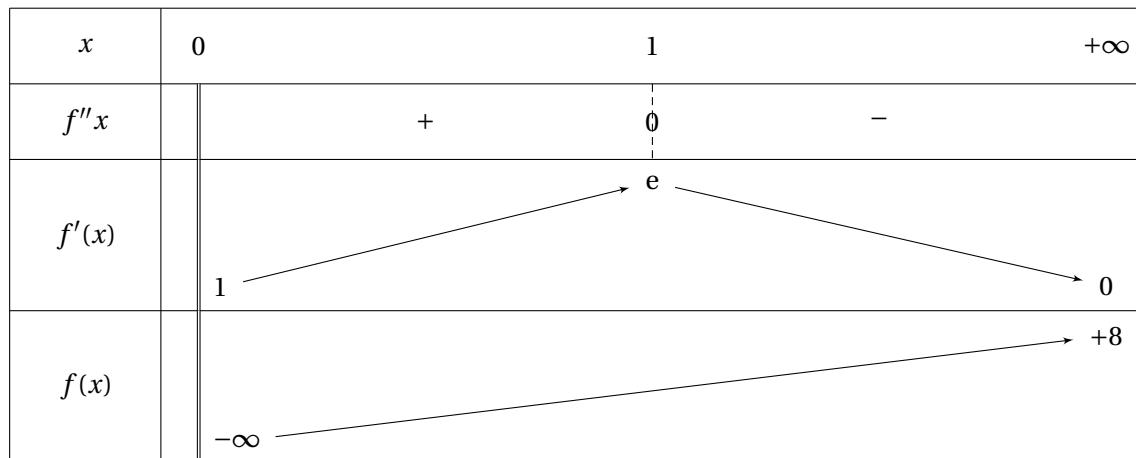
4.5.6 Exemple d'une fonction partiellement constante

Utilisation de l'option nocadre qui supprime le cadre extérieur, sinon on peut constater que l'on peut mettre pratiquement ce que l'on veut avec la macro \signe.



```
\begin{tikzpicture}
\tkzTab[nocadre,lgt=3,espcl=4]
{$x$ /1,
Signe\\ de $f'(x)$ /1.5,
Variations\\ de\\ $f$ /2}
{${-\infty}$, ${-2}$, ${\frac{1}{2}}$, ${\frac{2}{3}}$}
{z, <-- 0 -->,d, -, d, \genfrac{}{}{0pt}{}{}{\text{signe de}}{a}, d}
{+ ${\frac{2}{3}}$, + ${\frac{2}{3}}$,
-D- ${-\infty}$ / ${-\infty}$,+D/ ${+\infty}$ }
\end{tikzpicture}
```

4.5.7 Double variations



```
\begin{tikzpicture}
\tkzTabInit[espcl=6]
{$x$ /1, $f''$ /1,$f'$ /2, $f$ /2}%
{$0$ , $1$ , $+\infty$ }%
\tkzTabLine{d,+,z,-, }%
\tkzTabVar {D-/ ${1}$,+/ ${E}$ /,-/ ${0}$ /}%
\tkzTabVar {D-/ ${-\infty}$ ,R/ ${0}$ /, +/ ${+8}$ /}%
\end{tikzpicture}
```

5 Création d'un tableau de variations : \tkzTab

5.1 Définition

```
\tkzTab[<local options>]{<liste1>}{<liste2>}{<liste3>}{<liste4>}
```

arguments	défaut	définition
liste1	no default	{ $e(1)/h(1), \dots, e(p)/h(p)$ } première colonne
liste2	no default	{ $a(1), \dots, a(n)$ } antécédents de la première ligne
liste3	no default	{ $s(1), \dots, s(2n-1)$ } symboles de la ligne de signes
liste4	no default	{ $s(1)/eg(1)/ed(1), \dots, s(q)/eg(q)/ed(q)$ } variations

La macro `\tkzTab` est un raccourci pour enchaîner `\tkzTabInit`, `\tkzTabLine` et `\tkzTabVar`. Les options sont identiques à celles de `\tkzTabInit`. Ces tableaux ne concernent que les tableaux à trois lignes pour la variable, le signe de la dérivée et les variations de la fonction.

```
\tkzTab{ e(1) / h(1) ,
        ...
        e(p) / h(p) }
{ v(1), ... ,v(n) }
{ a(1),...,a(2n-1)}
{ s(1) / eg(1) / ed(1), ... ,s(n) / eg(n) / ed(n)}
```

5.2 Exemple 1

Étude de la fonction $f : x \mapsto x^2$ sur $[-5 ; 7]$

x	-5	0	7
$f'(x)$	-	0	+
Variations de f	25	0	49

```
\begin{tikzpicture}
\tkzTab[lgt=3,espcl=5]{ $x$ / 1,
                      $f'(x)$ / 1,
                      Variations de $f$ / 2}
{ $-5$ , $0$ , $7$}
{ , -, z, +,}
{ +/ $25$ , -/ $0$ , +/- $49$}%
\end{tikzpicture}
```

5.3 Exemple 2

Étude de la fonction $f : x \mapsto x \ln x$ sur $]0 ; +\infty]$

x	0	$1/e$	$+\infty$
Signe de $\ln x + 1$		-	+
Variations de f	0	$\frac{-1}{e}$	$+\infty$

```
\begin{tikzpicture}
\tkzTab[espcl=5,lgt=3]{$x$ / 1, Signe de $\ln x + 1$ / 1.5,
Variations de $f$ / 3}
{$0$ ,$1/\textcolor{black}{\textcolor{white}{E}}$ , $+\infty$}{d,-,z,+}
{D+/$0$,%
-$\frac{-1}{e}$,%
+$+\infty$ }%
\end{tikzpicture}
```

5.4 Exemple 3

Étude de la fonction $f : x \mapsto \sqrt{x^2 - 1}$ sur $]-\infty; -1] \cup [1; +\infty[$

x	$-\infty$	-1	1	$+\infty$
$f'(x)$	-			+
f	$+\infty$	0	0	$+\infty$

```
\begin{tikzpicture}
\tkzTab{ $x$ / 1, $f'(x)$ / 1, $f$ / 2}%
{ $-\infty$, $-1$ , $1$ , $+\infty$}
{ ,-,d,h,d,+,
{ $+\infty$ , $-\textcolor{black}{\textcolor{white}{H}}/0$ , $-/0$ , $+\infty$ }%
\end{tikzpicture}
```

5.5 Exemple 4

Étude de la fonction $f : t \mapsto \frac{t^2}{t^2 - 1}$ sur $[0; +\infty[$

t	0	1	$+\infty$
Signe de $f'(t)$	0	-	-
Variation de f	0	$-\infty$	1

```
\begin{tikzpicture}
\tkzTab[ $t$ / 1, Signe de\$f'(t)\$ / 2, Variation de \$f\$/ 2]{%
{ $0$, $1$, $+\infty$}
{ z , - , d , - , }
{ +/$0$ , -D+$-\infty$/+$\infty$, -$1$ }%
}
\end{tikzpicture}
```

6 Valeurs intermédiaires \tkzTabVal

Cette macro permet de placer une valeur sur une flèche de la ligne des variations. Elle doit être employée juste après la commande \tkzTabVar définissant la ligne de variations sur laquelle on souhaite placer les valeurs intermédiaires. On ne peut placer une valeur que dans un intervalle où la fonction est monotone. Cette macro permet d'afficher une nouvelle valeur (intermédiaire) dans la première ligne.

6.1 Définition de \tkzTabVal

```
\tkzTabVal[<local options>]{Début}{Fin}{Position}{Antécédent}{Image}
```

arguments	défaut	définition
Début	no default	rang de l'origine de la flèche
Fin	no default	rang de l'extrémité de la flèche
Position	no default	nombre décimal entre 0 et 1
Antécédent	no default	valeur de l'antécédent si nécessaire
Image	no default	valeur de l'image si nécessaire

Ceci mérite quelques commentaires : Il s'agit de savoir sur quelle flèche, on va positionner l'image. Début et Fin sont les rangs des valeurs qui déterminent les extrémités de la flèche. Antécédent Image sont les valeurs que l'on veut placer. Position est un nombre qui est obligatoirement compris entre 0 et 1. C'est une abscisse en prenant comme origine Début et comme extrémité Fin.

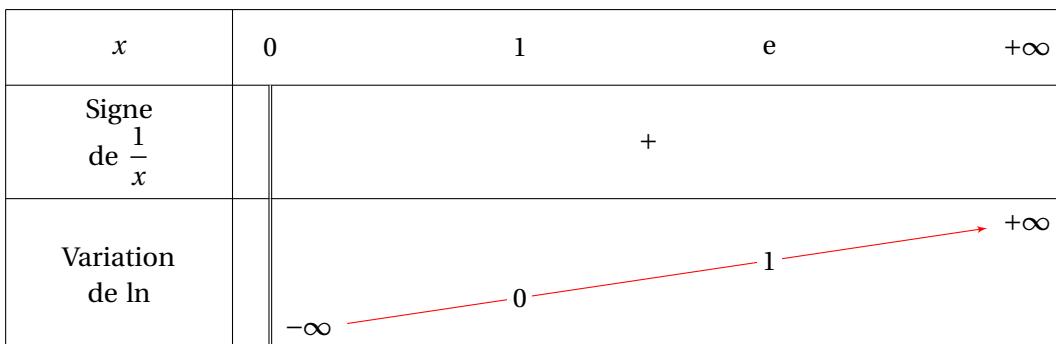
options	défaut	définition
draw	true	dessin d'une flèche entre l'antécédent et son image
remember	lastval	définit un node personnalisé

Si vous voulez une flèche entre l'antécédent et l'image, il vous suffit de passer en option draw. Si vous voulez référencer le point où se situe l'image alors il faut utiliser l'option remember.

6.1.1 Ajout de valeurs intermédiaires

Le premier exemple montre des valeurs remarquables pour la fonction \ln . Il s'agit de mettre en évidence des valeurs importantes pour la fonction. La fonction est monotone entre les valeurs de rang 1 (0) et 2 ($+\infty$), ainsi les deux premiers arguments sont 1 et 2. Les coefficients utilisés pour Position sont des nombres décimaux ici 0.33 et 0.66. Les antécédents n'étaient pas présents dans la première ligne aussi leurs valeurs sont passées dans les arguments.

```
\tkzTabVal{1}{2}{0.33}{1}{0}
\tkzTabVal{1}{2}{0.66}{\E}{1}
```



```
\begin{tikzpicture}
\tkzTabInit[lgt=3,espcl=10] {x /1, Signe\ de \dfrac{1}{x} /1.5,% Variation\ de \ln /2} {0 , +\infty}%
\tkzTabLine{d,+,%}
\tkzTabVar[color=red]{ D- / -\infty, + / +\infty }%
\tkzTabVal{1}{2}{0.33}{1}{0}%
\tkzTabVal{1}{2}{0.66}{\text{E}}{1}%
\end{tikzpicture}
```

6.1.2 Ajout de valeurs intermédiaires avec une fonction non monotone

On ne peut utiliser la macro que sur un intervalle où la fonction est monotone, ici il y a trois valeurs 0, e et $+\infty$. La fonction est monotone entre les deux premières c'est à dire entre les valeurs de rang 1 et 2 ainsi qu'entre les deux dernières de rang 2 et 3.

x	0	1	e	e^2	$+\infty$
$f'(x)$		+	0	-	
$f(x)$	$-\infty$	$\frac{1}{e}$	e	1	0

```
\begin{tikzpicture}
\tkzTabInit[espcl=6]{x / 1 , f'(x) / 1, f(x) / 2}
{0 , E , +\infty}%
\tkzTabLine{d,+,-,%}
\tkzTabVar{D- / -\infty, + / E, - / 0 }%
\tkzTabVal[draw]{1}{2}{0.6}{$\frac{1}{e}$}%
\tkzTabVal[draw]{2}{3}{0.4}{$e^2$}%
\end{tikzpicture}
```

6.1.3 Ajout de valeurs intermédiaires avec un palier

Il ne faut pas s'arrêter au deuxième antécédent. La fonction est monotone mais admet un palier. L'option R permet d'éviter qu'une flèche s'arrête pour \sqrt{e} . La flèche va donc de la valeur de rang 1 à la valeur de rang 3. Le code est donc :

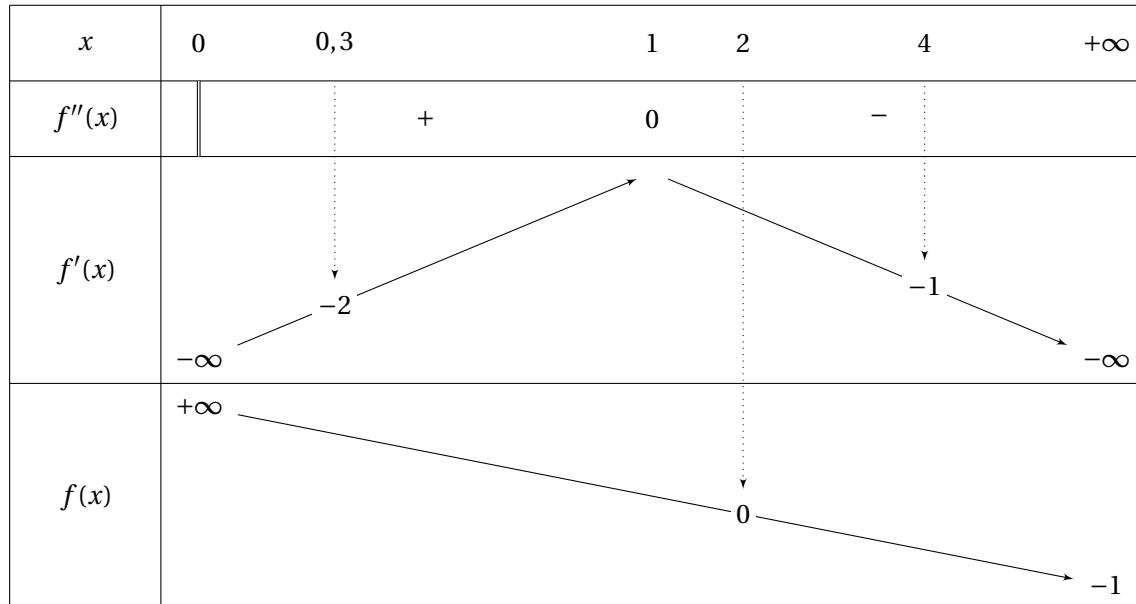
```
\tkzTabVal[draw]{1}{3}{0.6}{$\frac{-1}{e}$}
```

x	0	1	\sqrt{e}	$+\infty$
$f'(x)$		+	0	+
$f(x)$	$-\infty$	$-e$		0

```
\begin{tikzpicture}
\tkzTabInit[espcl=6]{x/1,f'(x)/1, f(x)/2}
              {$0$,$\sqrt{E}$,$+\infty$}
\tkzTabLine{d,+,-,+,-}
\tkzTabVar{D- / $-\infty$,R / ,+ / $0$ }
\tkzTabVal[draw]{1}{3}{0.4}{$1$}{$-\infty$}
\end{tikzpicture}
```

6.1.4 Valeurs intermédiaires et plusieurs lignes de variations

Les variations de f et f' sont représentées. Pour f la valeur 1 n'est pas utilisée, on passe donc du rang 1 au rang 3.



```
\begin{tikzpicture}
\tkzTabInit[espcl=6]{x/1,f''(x)/1,f'(x)/3,f(x)/3}
              {$0$,$1$,$+\infty$}
\tkzTabLine{d,+,-,-}
\tkzTabVar{-/-$\infty$ /,+/ /,-/-$\infty$ /}
\tkzTabVal[draw]{1}{2}{0.3}{$0,3$}{$-2$}
\tkzTabVal[draw]{2}{3}{0.6}{$4$}{$-1$}
\tkzTabVar{+/$+\infty$/,R/-/-/-$-1$/}
\tkzTabVal[draw]{1}{3}{0.6}{$2$}{$0$}
\end{tikzpicture}
```

6.2 Utilisation des options

6.2.1 **draw** : ajout d'une flèche vers la valeur ajoutée

L'option a déjà été utilisée dans les exemples précédents, en voici un autre.

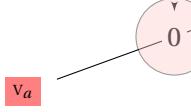
x	0	$1-h$	1	$1+h$	$2,7$	e	$2,8$	$+\infty$
Signe de $\frac{1}{x}$					+			
Variation de \ln	$-\infty$	<0	0	>0	$<$	1	$>$	$+\infty$

```
\begin{tikzpicture}
\begin{array}{|c|c|c|c|c|c|c|c|c|} \hline
x & 0 &  $1-h$  & 1 &  $1+h$  &  $2,7$  & e &  $2,8$  &  $+\infty$  \\ \hline
Signe de  $\frac{1}{x}$  & & & & & + & & & \\ \hline
Variation de  $\ln$  &  $-\infty$  &  $<0$  & 0 &  $>0$  &  $<$  & 1 &  $>$  &  $+\infty$  \\ \hline
\end{array}
\end{tikzpicture}
```

6.2.2 **remember** : attribuer un nom à un point ou un node.

Cette option permet d'utiliser `\tkzTabImaFrom` mais il est possible de récupérer les noms des nodes et de les traiter avec par exemple du code de TikZ.

```
\draw[opacity=0.4,fill=red!20] (vb) circle(3ex);
\draw[opacity=0.4,fill=blue!20] (vc) circle(3ex);
```

x	a	b	c	d	e
	\emptyset	$+$		\emptyset	$-$
					
					

```
\begin{tikzpicture}
\tkzTabInit[lgt=3,espcl=6]{ $x$/1,/1,/3,/3 }%
    { $a$ , $d$ , $e$ }
\tkzTabLine{ z,+ ,z,- ,z }
\tkzTabVar { -/\va , +/\vd , -/ \ve }

\tkzTabVal[draw,remember=vb]{1}{2}{0.333}{$b$}{$0$}
\tkzTabVal[draw,remember=vc]{1}{2}{0.666}{$c$}{$1$}

\tkzTabVar{-/\va ,R/ , +/ \ve}

\tkzTabVal[draw]{1}{3}{0.5}{}{$0$}

\draw[opacity=0.4,fill=red!20] (vb) circle(3ex);
\draw[opacity=0.4,fill=blue!20] (vc) circle(3ex);
\end{tikzpicture}
```

Il faut remarquer que b et c sont des valeurs intermédiaires car le tableau a été défini avec a , d et e .

7 Ajout d'images \tkzTabIma et \tkzTabImaFrom

Ces macros permettent de placer une valeur sur une flèche de la ligne des variations. On ne peut placer une valeur que dans un intervalle où la fonction est monotone, de plus l'image est celle d'un antécédent déjà défini dans la première ligne. La première macro est \tkzTabIma.

7.1 Définition de \tkzTabIma

```
\tkzTabIma[<local options>]{Début}{Fin}{Position}{Antécédent}{Image}
```

arguments	défaut	définition
Début	no default	rang de l'origine de la flèche
Fin	no default	rang de l'extrémité de la flèche
Position	no default	rang de l'antécédent correspondant à l'image
Image	no default	valeur de l'image si nécessaire

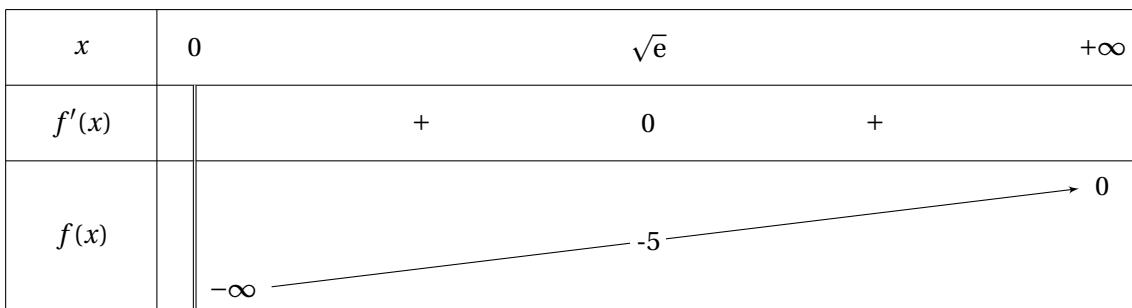
Ceci mérite quelques commentaires : Il s'agit de savoir sur quelle flèche, on va positionner l'image. Début et Fin sont les rangs des valeurs qui déterminent les extrémités de la flèche. Image est la valeur que l'on veut placer. Position est un nombre entier qui est le rang de l'antécédent.

options	défaut	définition
draw	true	dessin d'une flèche entre l'antécédent et son image
remember	lastval	définit un node personnalisé

Si vous voulez une flèche entre l'antécédent et l'image, il vous suffit de passer en option draw. Si vous voulez référencer le point où se situe l'image alors il faut utiliser l'option remember.

7.1.1 Ajout de valeurs intermédiaires à partir d'un antécédent donné

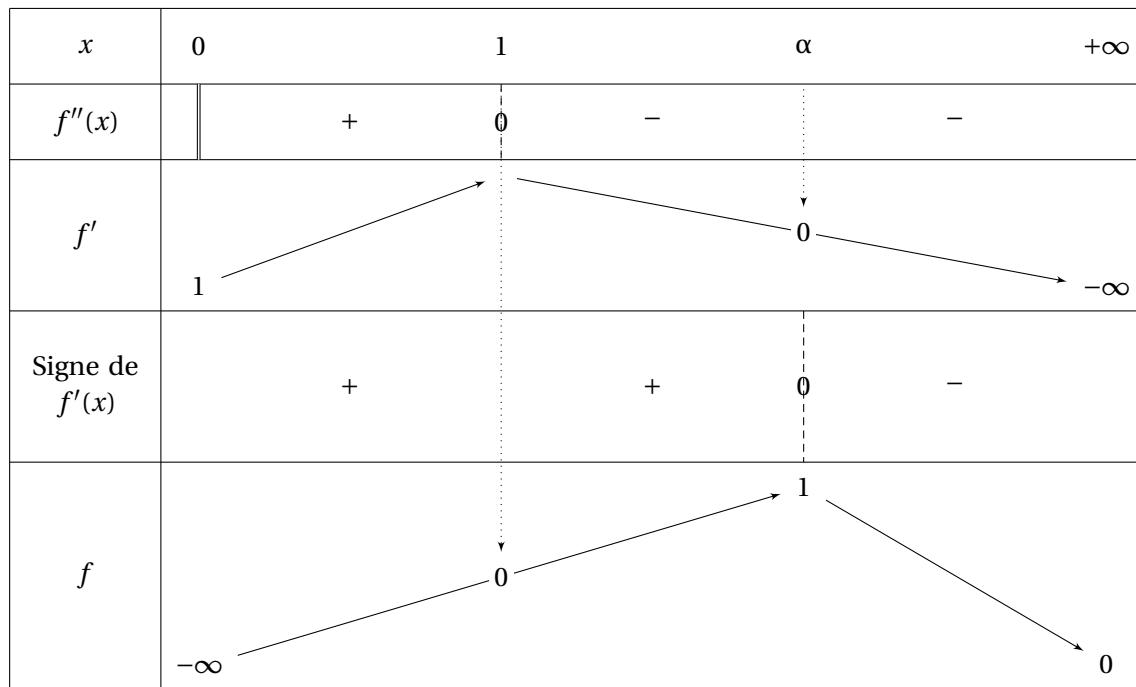
Il y a plusieurs possibilités mais la suivante est préférable. L'antécédent est de rang 2. La fonction est monotone entre les valeurs de rang 1 et 3. Voici comment faire apparaître l'image par f de \sqrt{e} .



```
\begin{tikzpicture}
\tkzTabInit[espcl=6]%
{ $x$/1,$f'(x)$/1,$f(x)$/2}{$0$,$\sqrt{e}$,$+\infty$}
\tkzTabLine{d,+,-,+,-,+}
\tkzTabVar{D- /$-\infty$ , R / ,+ / $0$ }%
\tkzTabIma{1}{3}{2}{-5}
\end{tikzpicture}
```

Une autre possibilité est d'utiliser la macro \tkzTabImaFrom ainsi que les nodes créés pour construire le tableau ; voir la section « personnalisation » (10) et la fin de ce chapitre.

7.1.2 Exemple avec plusieurs lignes de variations



```
\begin{tikzpicture}
\tkzTabInit[espcl=4]
{ $x$           /1,
  $f''(x)$      /1,
  $f'$          /2,
  Signe de\\ $f'(x)$ /2,
  $f$            /3}%
{ $0$ , $1$ , $\alpha$, $+\infty$ }%
\tkzTabLine {d , + , z , - , , - }%
\tkzTabVar
{- / $1$ ,
+ / ,
R / ,
- / $-\infty$ }%
\tkzTabIma[draw]{2}{4}{3}{$0$}
% ou bien \tkzTabVal[draw]{2}{4}{0.5}{0} obsolète
\tkzTabLine { , + , , + , z , - }%
\tkzTabVar
{- / $-\infty$ ,
R / ,
+ / $1$ ,
- / $0$ }%
\tkzTabIma[draw]{1}{3}{2}{$0$}
\end{tikzpicture}
```

7.1.3 Fonctions paramétrées

t	$-\infty$	-4	-1	0	2	$+\infty$
Signe de $x'(t)$	–	0	+	+	0	–
Variations de x	1	$\frac{8}{9}$	$+\infty$	0	$+\infty$	1
Variations de y	$+\infty$	$\frac{32}{3}$	$-\infty$	0	$\frac{16}{3}$	$+\infty$
Signe de $y'(t)$	–	$\frac{-64}{9}$	–	–	$\frac{44}{9}$	+

```
\begin{tikzpicture}
\tkzTabInit[ lgt=4, deltacl=1, espcl=2]%
{$t$ /1,
 Signe de $x'(t)$ /1.5,
 Variations de $x$ /3,
 Variations de $y$ /3,
 Signe de $y'(t)$ /1.5}
{$-\infty$ , -$4$ , $-1$ , $0$ , $2$ , $+\infty$}

\tkzTabLine{, -, z, +, d, +, z, -, d, -, }

\tkzTabVar {+/$1$ , -/$\frac{8}{9}$ , +/$\frac{16}{3}$ , +/$0$/ , -/$\frac{44}{9}$ , +/$\infty$/ , -/$1$/ , -/$\infty$/ , -/$\frac{64}{9}$ , +/$0$/ , -/$\frac{32}{3}$ , +/$\infty$/ , -/$0$/ , +/$\infty$/ , -/$\infty$/ , +/$1$/ , -/$\frac{8}{9}$ , +/$0$/ , -/$\infty$/ , -/$\frac{16}{3}$ , +/$\infty$/ , -/$\frac{44}{9}$ , +/$\infty$/ , -/$\infty$/ , +/$1$/ , -/$\frac{64}{9}$ , +/$0$/ , -/$\frac{32}{3}$ , +/$\infty$/ , -/$0$/ , +/$\infty$/ , -/$\infty$/ , +/$1$/}

\tkzTabIma{1}{3}{2}{$\frac{32}{3}$}
\tkzTabIma{4}{6}{5}{$\frac{16}{3}$}

\tkzTabLine{, -, $\frac{-64}{9}$ , -, d, -, z, +, $\frac{44}{9}$ , +, }

\end{tikzpicture}
```

7.2 Définition de \tkzTabImaFrom

Cette macro ressemble à la précédente mais elle permet de placer une image relativement à une autre image ou relativement à un point quelconque du tableau auquel on a attribué un nom.

```
\tkzTabImaFrom[<local options>]{Début}{Fin}{From}{Image}
```

arguments	défaut	définition
Début	no default	rang de l'origine de la flèche
Fin	no default	rang de l'extrémité de la flèche
From	no default	nom d'un point
Image	no default	valeur de l'image

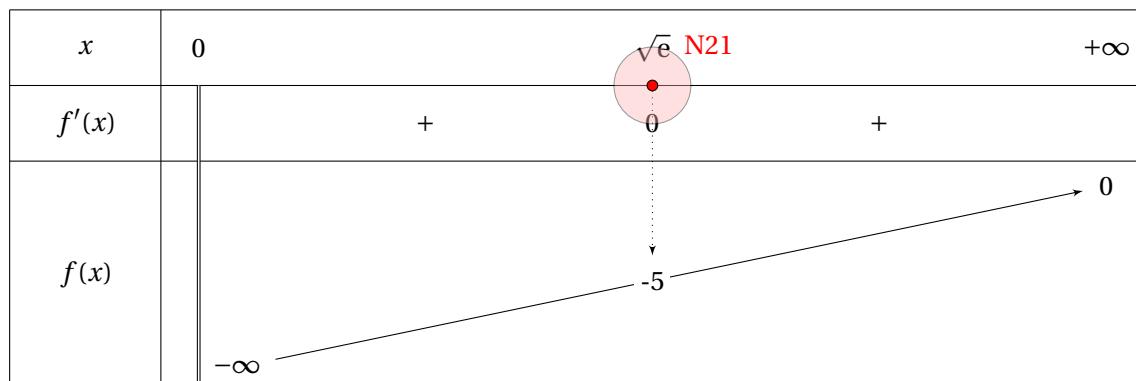
Comme pour \tkzTabVal, Début et Fin sont les rangs des valeurs qui déterminent les extrémités de la flèche. Image est la valeur que l'on veut placer. From est le nom du node qui correspond à l'antécédent.

options	défaut	définition
draw	true	dessin d'une flèche entre l'antécédent et son image
remember	lastval	définit un node personnalisé

Si vous voulez une flèche entre l'antécédent et l'image, il vous suffit de passer en option draw. Si vous voulez référencer le point où se situe l'image alors il faut utiliser l'option remember.

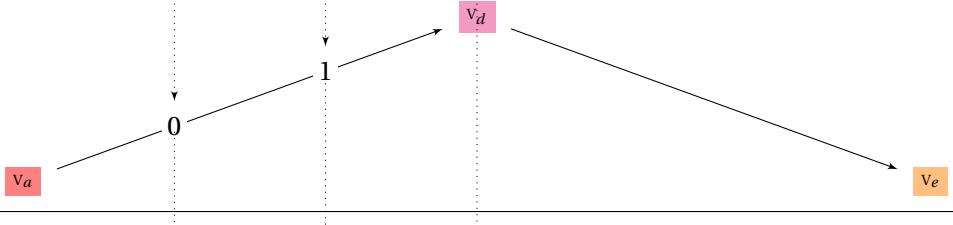
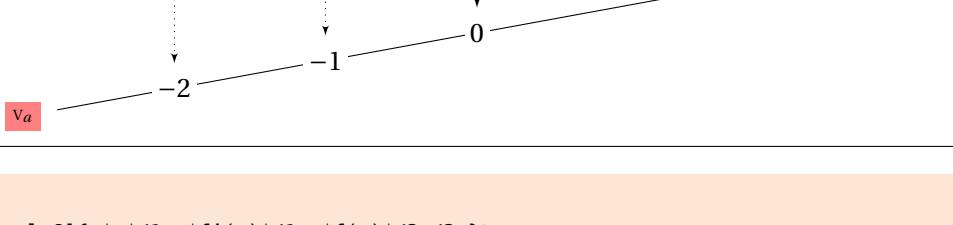
7.2.1 Utilisation d'un node défini par la macro \tkzTabInit

Il s'agit ici de N21. C'est un node, plus exactement un point situé sous la seconde valeur \sqrt{e} et sur le premier filet horizontal sous cette valeur. Voir le chapitre personnalisation et en particulier l'option help qui permet d'afficher différents points de construction.



```
\begin{tikzpicture}
\tkzTabInit[espcl=6]%
{$x$/1,$f'(x)$/1, $f(x)$/3}{$0$,$\sqrt{e}$,$+\infty$}
\tkzTabLine{d,+,-,+,-}
\tkzTabVar{D/-/$-\infty$, R/ , +/$0$ , }
\tkzTabImaFrom[draw]{1}{3}{N21}{-5}
\draw[opacity=0.4,fill=red!30] (N21) circle(3ex);
\draw[fill=red] (N21) circle(2pt);
\node[above right= 12pt,red](txt) at (N21) {$N21$};
\end{tikzpicture}
```

7.2.2 Utilisation d'un point défini par l'utilisateur avec **remember**

x	a	b	c	d	e
$f'(x)$	0	+		0	-
$f(x)$		0	1		
		-2	-1	0	

```

1 \begin{tikzpicture}
2 \tkzTabInit[lgt=3,espcl=6]{ $x$/1, $f'(x)$/1, $f(x)$/3,/3 }%
3     { $a$ , $d$ , $e$ }
4 \tkzTabLine{ z,+ ,z,- ,z }
5 \tkzTabVar { -/\va , +/\vd , -/ \ve}
6 \tkzTabVal[draw,remember=vb]{1}{2}{0.333}{b}{$0$}
7 \tkzTabVal[draw,remember=vc]{1}{2}{0.666}{c}{$1$}
8 \tkzTabVar{ -/\va ,R/ , +/ \ve}
9 \tkzTabVal[draw]{1}{3}{0.5}{c}{$0$}
10 \tkzTabImaFrom[draw]{1}{3}{vc}{$-1$}
11 \tkzTabImaFrom[draw]{1}{3}{vb}{$-2$}
12 \end{tikzpicture}
13

```

8 Tangente horizontale : \tkzTabTan et \tkzTabTanFrom

8.1 Définition de \tkzTabTan

```
\tkzTabTan[<local options>]{Début}{Fin}{Position}{Image}
```

arguments	défaut	définition
Début	no default	rang de l'origine de la flèche
Fin	no default	rang de l'extrémité de la flèche
Position	no default	rang de l'antécédent
Image	no default	valeur de l'image

Il s'agit de savoir sur quelle flèche, on va positionner la tangente. Début et Fin sont les rangs des valeurs qui déterminent les extrémités de la flèche. Position est le rang de la valeur qui correspond à la tangente. Image est la valeur que l'on peut joindre à la tangente (ordonnée du point de contact).

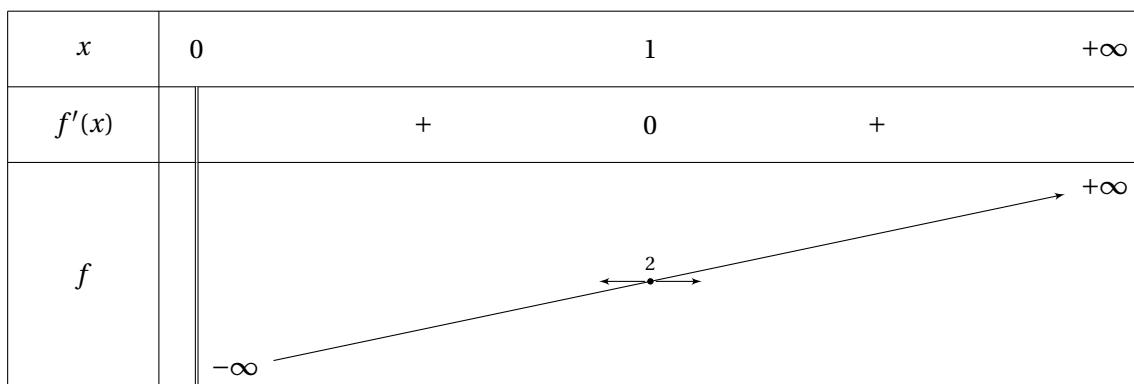
options	défaut	définition
pos	below	position de la valeur

Il existe une option pos qui permet de positionner cette valeur sous la tangente.

8.2 Utilisation des arguments

8.2.1 Palier

La flèche débute pour la valeur initiale 0 donc de rang 1 et se termine pour $+\infty$, valeur de rang 3. La tangente est ici en $x = 1$ soit la valeur de rang 2.

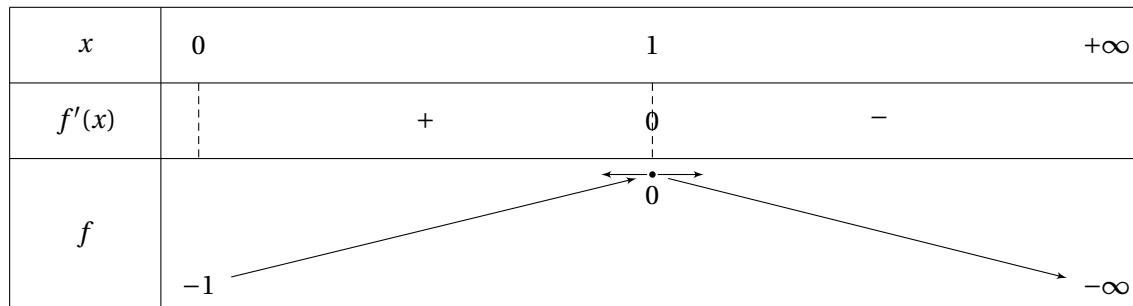


```
\begin{tikzpicture}
\tkzTab[espcl=6]{$x/1,$f'(x) /1, $f/3}%
{${0} , ${1} , ${+\infty}}%
{d , + , 0 , + , }%
{D- / ${-\infty} , R / , +/ ${+\infty}}%
\tkzTabTan{1}{3}{2}{\scriptsize $2$}
\end{tikzpicture}
```

8.2.2 Tangente à l'extrémité d'un intervalle

Dans l'exemple ci-dessous, la flèche débute pour la valeur initiale 0 donc de rang 1 et se termine pour 1, valeur de rang 2. La tangente est ici en $x = 1$ soit la valeur de rang 2. Il faut remarquer que la macro \tkzTabTan s'applique à la ligne de variations qui la précède.

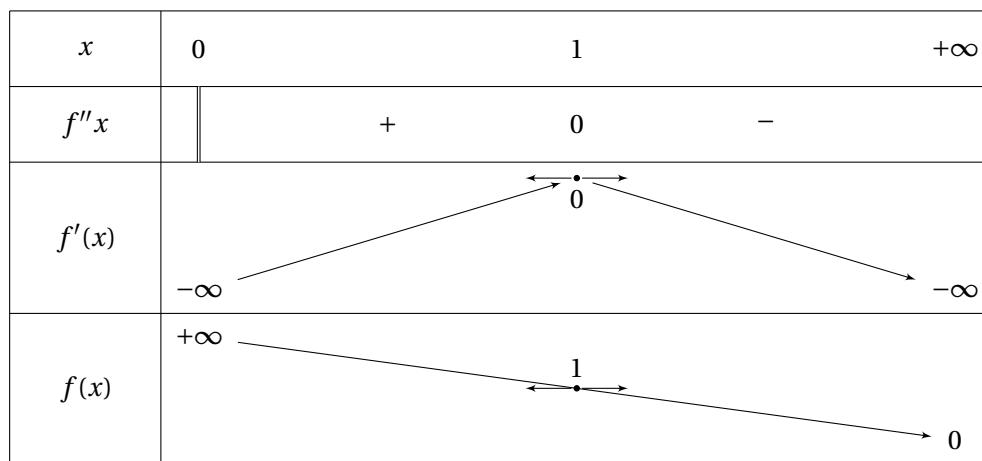
La valeur 0 de l'image de 1 par f n'est pas indiquée dans \tkzTabVar. Elle serait sous les flèches représentant la tangente, aussi elle est passée comme argument de \tkzTabTan avec l'option pos=below.



```
\begin{tikzpicture}
\tkzTabInit[espcl=6]{$x$ /1,$f'(x)$/1,$f$/2}{$0$,$1$,$+\infty$}%
\tkzTabLine{t , + , z , - , }%
\tkzTabVar{-/-1$ , +/ , -/$-\infty$ }%
\tkzTabTan[pos=below]{1}{2}{2}{$0$}%
\end{tikzpicture}
```

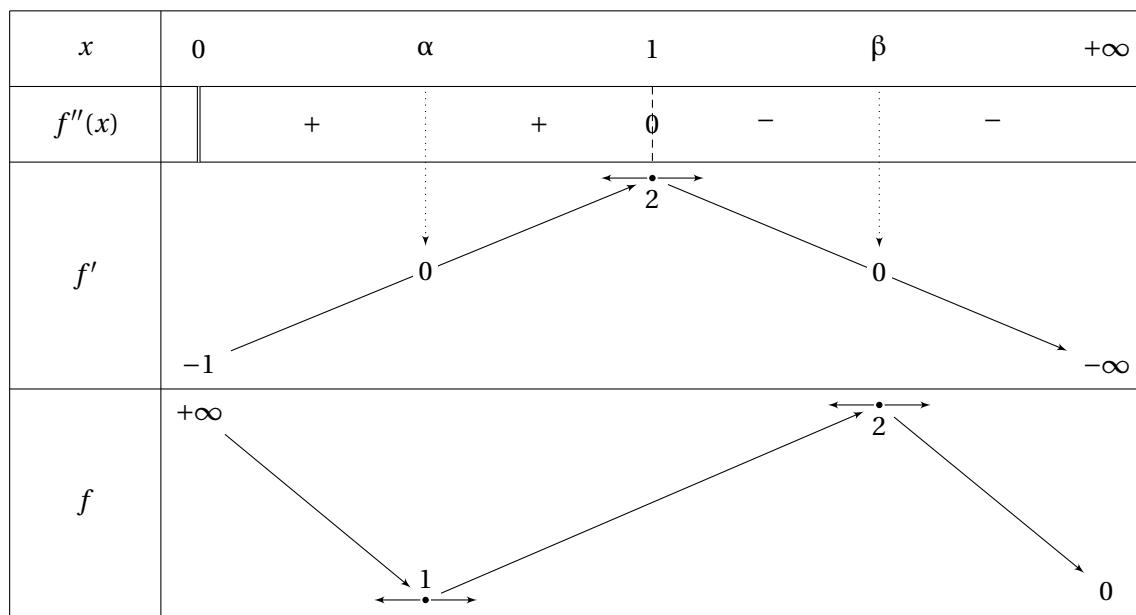
8.3 Utilisation des options

8.3.1 pos : position de la valeur



```
\begin{tikzpicture}
\tkzTabInit[espcl=5]{$x/1,$f''{x}/1,$f'(x)/2,$f(x)/2}{$0$,$1$,$+\infty$}%
\tkzTabLine{d,+,-,-,}%
\tkzTabVar{-/$-\infty$ ,+/ , -/$-\infty$}%
\tkzTabTan[pos=below]{1}{2}{2}{$0$}%
\tkzTabVar{+/$+\infty$ , R/ , -/$0$}%
\tkzTabTan{1}{3}{2}{$1$}%
\end{tikzpicture}
```

8.3.2 Variations imbriquées



```
\begin{tikzpicture}
\tkzTabInit[espcl=3]
{$x$ /1,
 $f''(x)$ /1,
 $f'$ /3,
 $f$ /3}%
{0$ , $\alpha$ , $1$ , $\beta$ , $+\infty$ }%
\tkzTabLine {d , +, , +, z , -, , , - }%
\tkzTabVar {-/-1$ / , R/ ,+/, R/ , -/ $-\infty$ }%
\tkzTabIma[draw]{1}{3}{2}{0}
\tkzTabIma[draw]{3}{5}{4}{0}
\tkzTabTan[pos]{1}{3}{3}{$2$}
\tkzTabVar{+/$+\infty$ , - / , R/,+/ , -/ $0$ }%
\tkzTabTan[]{}{1}{2}{2}{$1$}
\tkzTabTan[pos=below]{2}{4}{4}{$2$}
\end{tikzpicture}
```

8.4 Définition de **tkzTabTanFrom**

```
\tkzTabTanFrom[<local options>]{Début}{Fin}{Position}{Image}
```

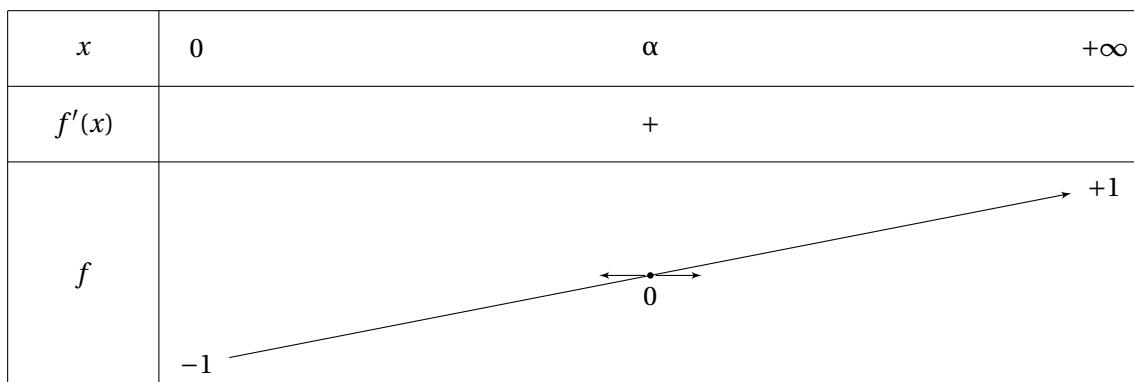
arguments	défaut	définition
Début	no default	rang de l'origine de la flèche
Fin	no default	rang de l'extrémité de la flèche
Position	no default	nom d'un point
Image	no default	valeur de l'image

La position est donnée par le nom d'un point ou d'un node.

options	défaut	définition
pos	below	position de la valeur

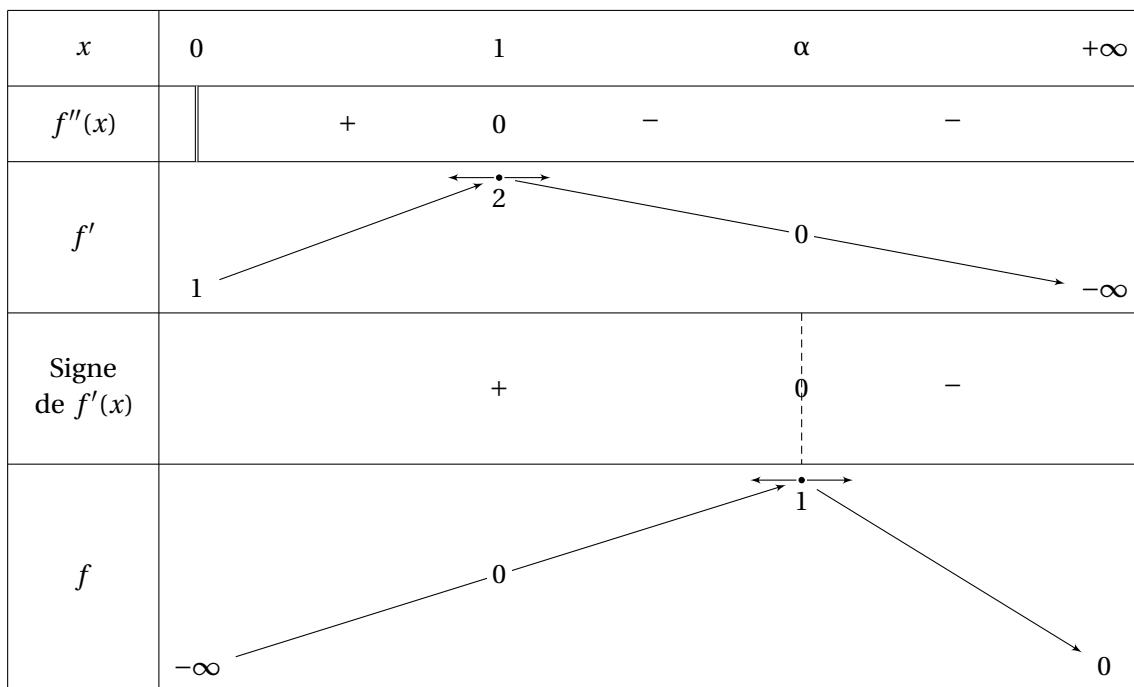
8.5 Le nom est défini par le tableau

Le nom du node qui correspond à α est ici N21 (antécédent de rang 2, premier filet sous la valeur.)



```
\begin{tikzpicture}
\tkzTabInit[ espcl=6]
{ $x$           /1,
  $f'(x)$       /1,
  $f$            /3}
{ $0$ ,   $\alpha$ , $+\infty$ }%
\tkzTabLine { , ,+ , , }%
\tkzTabVar{-/-1 , R , +/ $+1$ /}%
\tkzTabTanFrom[pos=below]{1}{3}{N21}{$0$}
\end{tikzpicture}
```

8.6 Le nom est donné par l'utilisateur avec l'option `remember`



```
\begin{tikzpicture}
\tkzTabInit[ espcl=4]
{ $x$ /1,
  $f''(x)$ /1,
  $f'$ /2,
  Signe de $f'(x)$ /2,
  $f$ /3}
{ $0$ , $1$ , $\alpha$ , $+\infty$ }%
\tkzTabLine {d,+,\theta,-,- }%
\tkzTabVar
{-/ $1$ ,
+/ ,
R/ ,
-/ $-\infty$ }%
\tkzTabTan[pos,remember=v1]{1}{2}{$2$}%
\tkzTabVal[remember=v2]{2}{4}{0.5}{0}%
\tkzTabLine { , +,, z,- }%
\tkzTabVar
{-/ $-\infty$ ,
R/ ,
+/ ,
-/ $0$ }%
\tkzTabImaFrom[]{}{3}{v1}{0}%
\tkzTabImaFrom[]{}{3}{4}{v2}{ }%
\tkzTabTanFrom[pos=below]{3}{4}{v2}{$1$}%
\end{tikzpicture}
```

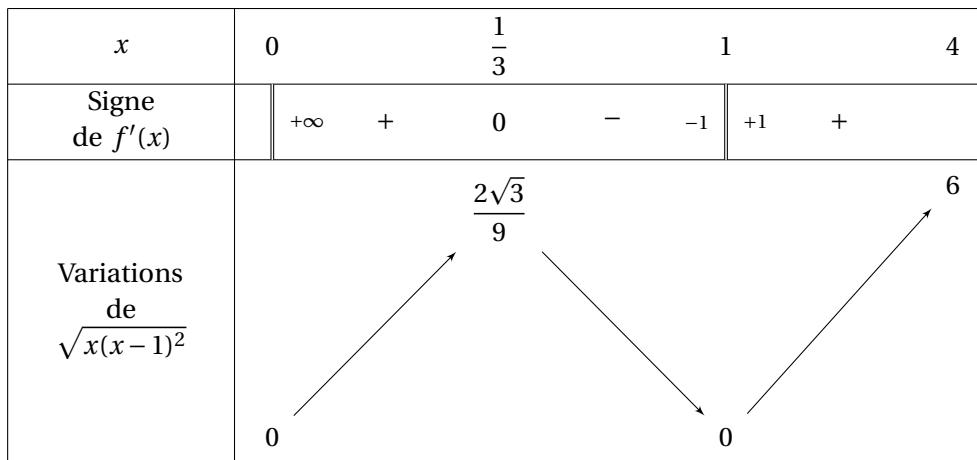
9 Nombres dérivés : \tkzTabSlope

\tkzTabSlope{Liste}		
arguments	défaut	définition
Liste	no default	$i/\text{eg}(i)/\text{ed}(i)$

i est compris entre 1 et n, n étant le nombre de valeurs de la première ligne. Cette macro permet de personnaliser les signes d'une fonction dérivée en indiquant par exemples des limites, les valeurs d'une dérivée à droite, à gauche. i est le rang de l'antécédent qui correspond à la valeur de la dérivée, eg et ed sont les expressions que l'on veut placer soit à gauche et soit à droite.

9.1 Ajout de nombres dérivés

Étude de la fonction $f : x \mapsto \sqrt{x(x-1)^2}$ sur $[0 ; 4]$



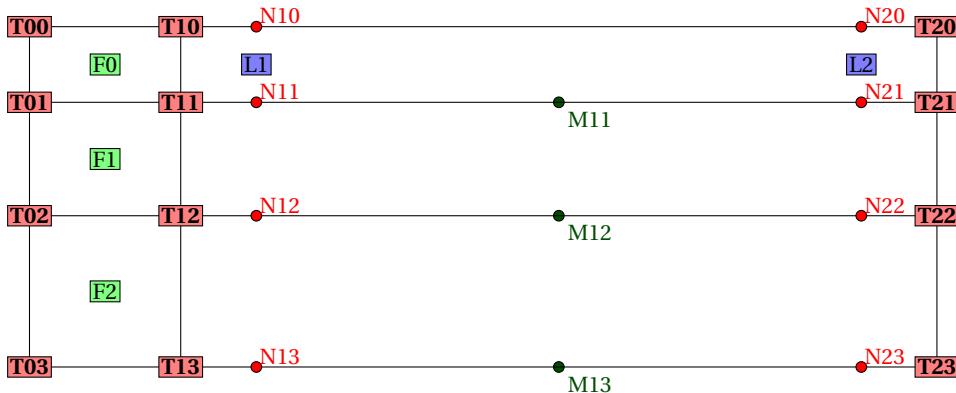
```
\begin{tikzpicture}
\tkzTabInit[lgt=3]%
{$x$/1,%
Signe$\backslash$ de $f'(x)$ /1,%
Variations$\backslash$ de$\backslash$ $\sqrt {x(x-1)^2}$ /4}%
{$0$ , $\frac{1}{3}$ , $1$ , $4$}%
\tkzTabLine{d ,+ , 0 ,-, d ,+, }
\tkzTabSlope{1//+/\infty,3/-1 /+1}
\tkzTabVar %
{- / $0$ ,
+ / $\frac{2\sqrt{3}}{9}$ ,
- / $0$ ,
+ / $6$ }
\end{tikzpicture}
```

10 Personnalisation des tableaux

10.1 help : option commune aux principales macros

10.1.1 help : option de \tkzTabInit

Cette option permet de connaître la structure d'un tableau. `deltacl=1` permet d'espacer un peu les points et les labels



```
\begin{tikzpicture}
\tkzTabInit[deltacl=1,espcl=8,help]%
{$x$/1,Signe$\backslash$ de $\dfrac{1}{x}$/$1.5/1.5,Variation$\backslash$ de $\ln$/2}%
{$0,$+\infty$}%
\end{tikzpicture}
```

10.1.2 help : option de \tkzTabLine

Afin de mieux voir les labels il est préférable de pas employer l'option `help` en même temps sur toutes les macros.

x	0	$+\infty$
Signe de $\frac{1}{x}$	Z_{11}	S_{11}
Variation de \ln		Z_{21}

```
\begin{tikzpicture}
\tkzTabInit[deltacl=1,espcl=8]%
{$x$/1,Signe$\backslash$ de $\dfrac{1}{x}$/$1.5/1.5,Variation$\backslash$ de $\ln$/2}%
{$0,$+\infty$}%
\tkzTabLine[help]{,,}%
% \tkzTabVar {D-/ $-\infty$, +/$+\infty$ }%
\end{tikzpicture}
```

10.1.3 help : option de \tkzTabVar

Cette option montre les nodes qui sont utilisés pour le tracé des flèches de variations. Afin de ne pas multiplier les labels de nodes, seuls les nodes utilisés ont été nommés. Une flèche débute par un node

nommé FR (right = droite du node) et se termine par un node nommé FL (left gauche du node)

x	0	$+\infty$
Signe de $\frac{1}{x}$		+
Variation de \ln		FL22●

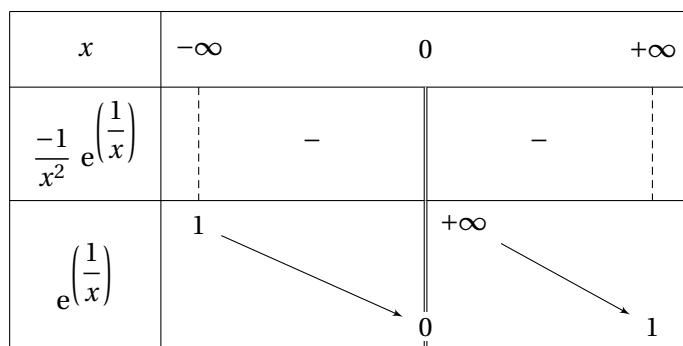
```
\begin{tikzpicture}
\tkzTabInit[deltacl=1,espcl=8]%
{$x$/$1$,Signe$\backslash$ de $\dfrac{1}{x}$/$1.5/1.5$,Variation$\backslash$ de $\ln$/1.5}%
{$0$,$+$+$\infty$}%
\tkzTabLine{d,+,...}
\tkzTabVar [help]{D-/ $-\infty$, +/$+\infty$}
\end{tikzpicture}
```

Voici un exemple plus complexe

x	$-\infty$	0	$+\infty$
$\frac{-1}{x^2} e\left(\frac{1}{x}\right)$	-	-	
$e\left(\frac{1}{x}\right)$	FR12	FR22	FL22● FL32●

```
\begin{tikzpicture}
\tkzTabInit
{$x$ /1,
$\dfrac{-1}{x^2}\cdot \{\mathbb{E}^{\left.\left(\dfrac{1}{x}\right)\right|}\} /1.5$,
$\{\mathbb{E}^{\left.\left(\dfrac{1}{x}\right)\right|}\} /2$% 
{$-\infty$ , $0$ , $+\infty$}
\tkzTabLine{t,-,d,-,t}
\tkzTabVar[help]{ + / $1$ , -CD+ / $0$ / $+\infty$ , - / $1$ }%
\end{tikzpicture}
```

ce qui donne



```
\begin{tikzpicture}
\tkzTabInit
{$x$ /1,
$\dfrac{-1}{x^2} \cdot E^{\left(\dfrac{1}{x}\right)} /1.5,$
$E^{\left(\dfrac{1}{x}\right)} /2\%$%
{$-\infty$, $0$, $+\infty$}
\tkzTabLine{t,-,d,-,t}
\tkzTabVar{ + / $1$, -CD+ / $0$ / $+\infty$, - / $1$ }%
\end{tikzpicture}
```

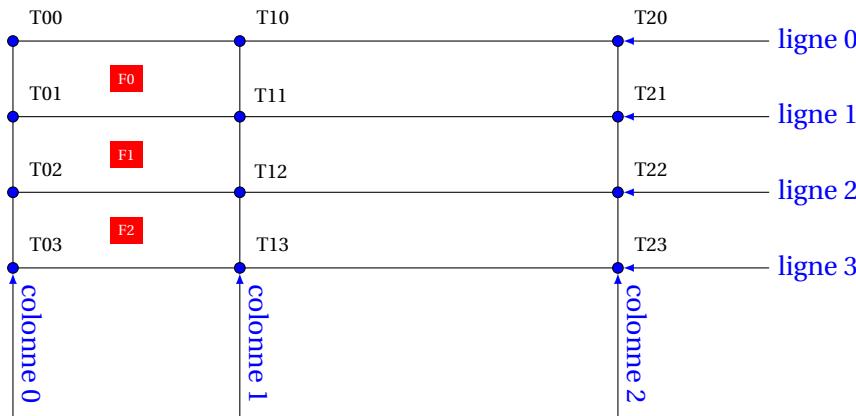
La connaissance de tous ces points et nodes permet de personnaliser les tableaux. Quelques explications supplémentaires sont données dans le paragraphe suivant.

10.2 Les structures

10.2.1 La structure principale

La macro `tkzTabInit` définit les principaux nodes. Ce sont les arguments de cette macro qui déterminent le nombre de nodes.

Par exemple, si le tableau comporte 3 lignes alors les nodes T00, T01, T02, T10, T11, T12, T03, T13 et T23 sont créés, ainsi que F0, F1 et F2. T_{ij} représente un point de la colonne i et de la ligne j . Pourquoi cet ordre ? je n'en sais rien

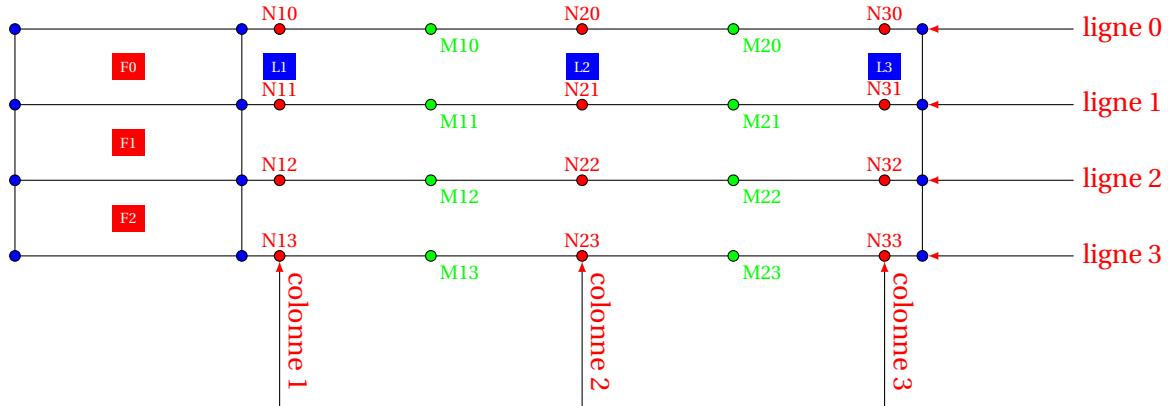


```
\begin{tikzpicture}
\begin{tkzTabInit}[color=false,espcl=4,lgt=3]{}
\colorbox{red}{\textcolor{white}{$\scriptsize F_0$}} / 1,%
\colorbox{red}{\textcolor{white}{$\scriptsize F_1$}} / 1,%
\colorbox{red}{\textcolor{white}{$\scriptsize F_2$}} / 1%
{ , }%
\foreach \ligne in {0,...,3}{%
    \foreach \colonne in {0,1,2}{%
        \draw[fill=blue] (\colonne\ligne) circle(2pt) ;}
    \draw (T00) node[above right=4pt] {\scriptsize T00};
    \draw (T01) node[above right=4pt] {\scriptsize T01};
    \draw (T02) node[above right=4pt] {\scriptsize T02};
    \draw (T03) node[above right=4pt] {\scriptsize T03};
    \draw (T20) node[above right=4pt] {\scriptsize T20};
    \draw (T21) node[above right=4pt] {\scriptsize T21};
    \draw (T22) node[above right=4pt] {\scriptsize T22};
    \draw (T23) node[above right=4pt] {\scriptsize T23};
    \draw (T10) node[above right=4pt] {\scriptsize T10};
    \draw (T13) node[above right=4pt] {\scriptsize T13};
    \draw (T11) node[above right=3pt] {\scriptsize T11};
    \draw (T12) node[above right=3pt] {\scriptsize T12};
    \tikzset{bluesty/.style={fill=blue,<-,>=latex,shorten <=2pt}}
    \draw[bluesty] (T20) -- +(2,0) node[right,blue]{ligne $0$};
    \draw[bluesty] (T21) -- +(2,0) node[right,blue]{ligne $1$};
    \draw[bluesty] (T22) -- +(2,0) node[right,blue]{ligne $2$};
    \draw[bluesty] (T23) -- +(2,0) node[right,blue]{ligne $3$};
    \draw[bluesty] (T03) -- +(0,-2) node[midway,above,sloped,blue]{colonne $0$};
    \draw[bluesty] (T13) -- +(0,-2) node[midway,above,sloped,blue]{colonne $1$};
    \draw[bluesty] (T23) -- +(0,-2) node[midway,above,sloped,blue]{colonne $2$};
\end{tkzTabInit}
\end{tikzpicture}
```

Ainsi la structure principale de ce tableau possède exactement trois filets verticaux et quatre horizontaux. Soient 12 points principaux définis par les intersections et trois nodes F0, F1 et F2.

10.2.2 La structure interne

J'appelle structure interne, l'ensemble des points et nodes qui vont être définis par les antécédents dans la partie droite du tableau. Le second argument de la macro `\tkzTabInit` définit cette structure. Cet argument donne le nombre de labels (antécédents) qui vont être placés sur la première ligne et qui vont être les repères pour les lignes de signes et de variations.



```
\begin{tikzpicture}
\tkzTabInit[color=false,espcl=4,lgt=3]{%
\colorbox{red}{\textcolor{white}{$\scriptscriptstyle F_0$}} / 1,
\colorbox{red}{\textcolor{white}{$\scriptscriptstyle F_1$}} / 1,
\colorbox{red}{\textcolor{white}{$\scriptscriptstyle F_2$}} / 1}%
\colorbox{blue}{\textcolor{white}{$\scriptscriptstyle L_1$}}, \colorbox{blue}{\textcolor{white}{$\scriptscriptstyle L_2$}}, \colorbox{blue}{\textcolor{white}{$\scriptscriptstyle L_3$}}%
\foreach \ligne in {0,...,3}{%
\foreach \colonne in {0,1,2}{%
\draw[fill=blue] (\T\colonne\ligne) circle(2pt) ;}}
\foreach \colonne in {1,2,3}{%
\draw[fill=red] (N\colonne 0) circle(2pt)%
node[above,red] {\scriptsize N\colonne 0};}
\foreach \ligne in {1,2,3}{%
\foreach \colonne in {1,2,3}{%
\draw[fill=red] (N\colonne\ligne) circle(2pt)%
node[above,red] {\scriptsize N\colonne\ligne};}}
\foreach \ligne in {0,1,2,3}{%
\foreach \colonne in {1,2}{%
\draw[fill=green] (M\colonne\ligne) circle(2pt)%
node[below right,green] {\scriptsize M\colonne\ligne};}}
\tikzset{redsty/.style={fill=red,<-,>=latex,shorten <=2pt}}
\draw[redsty] (T20) -- +(2,0) node[right,red]{ligne $0$};
\draw[redsty] (T21) -- +(2,0) node[right,red]{ligne $1$};
\draw[redsty] (T22) -- +(2,0) node[right,red]{ligne $2$};
\draw[redsty] (T23) -- +(2,0) node[right,red]{ligne $3$};
\draw[redsty] (N13) -- +(0,-2) node[midway,above,sloped,red]{colonne $1$};
\draw[redsty] (N23) -- +(0,-2) node[midway,above,sloped,red]{colonne $2$};
\draw[redsty] (N33) -- +(0,-2) node[midway,above,sloped,red]{colonne $3$};
\end{tikzpicture}
```

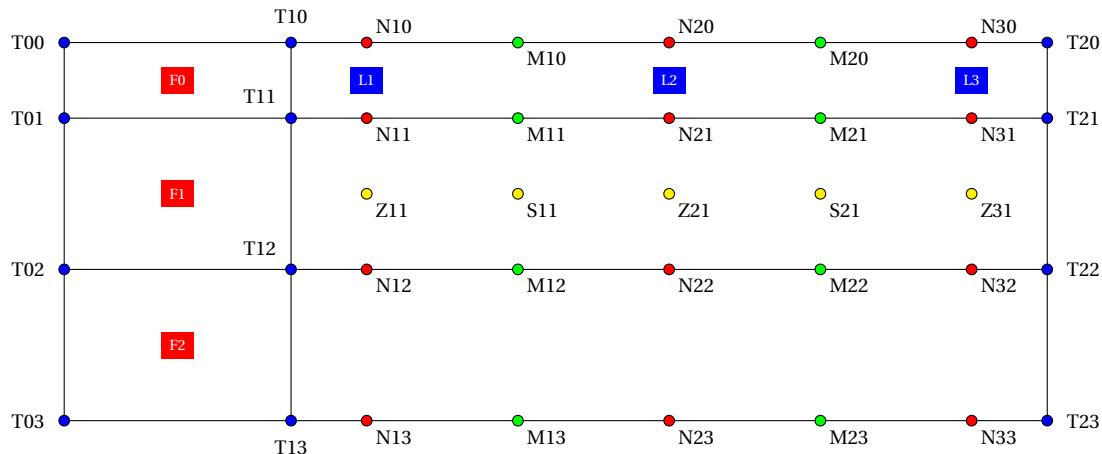
10.2.3 La structure secondaire

Les points Z_{ij} , S_{ij} sont définis à partir de la structure interne (voir le tableau précédent) mais seulement avec l'usage de la macro `\tkzTabLine`. Les points FR_{ij} et FL_{ij} eux sont définis avec l'usage de la macro `\tkzTabVar`

x	$-\infty$	0	$+\infty$
$\frac{-1}{x^2} e\left(\frac{1}{x}\right)$	[Z11] [S11] [Z21] [S21] [Z31]		
$e\left(\frac{1}{x}\right)$	•FR12	•FR22	FL22 • FL32 •

```
\begin{tikzpicture}
\tkzTabInit
{$x$ / 1,
$\dfrac{-1}{x^2} \cdot e^{\left(\dfrac{1}{x}\right)}$ / 2}%
{$-\infty$, $0$, $+\infty$}
\tkzTabLine[help]{t, -, d, -, t}
\tkzTabVar[help]{+ / $1$ , -$CD+$ / $0$ / $+\infty$ , $- / $1$ }%
\end{tikzpicture}
```

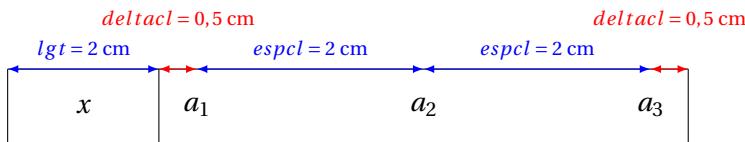
10.2.4 Conclusion



type	notation	repère	conditions	utilisation
■	F_j	ligne	$0 \leq j \leq p$	expressions,formules
■	L_i	colonne	$1 \leq i \leq n$	valeurs significatives pour les variations
•	T_{ij}	colonne ligne	$0 \leq i \leq 2;$ $0 \leq j \leq p$	structure principale du tableau il existe une ligne 0 et une colonne 0
●	N_{ij}	colonne	$1 \leq i \leq n$	structure interne du tableau
●	M_{ij}	colonne	$1 \leq i \leq n$	structure interne du tableau
○	S_{ij}	colonne ligne	$1 \leq i \leq n$ $1 \leq j \leq q$	structure secondaire du tableau
○	Z_{ij}	colonne ligne	$1 \leq i \leq n$ $1 \leq j \leq q$	structure secondaire du tableau

10.3 Ajustement des dimensions

Nous avons vu précédemment que l'on pouvait modifier certaines dimensions à l'aide de l'emploi d'options. Le code du tableau suivant utilise les structures du tableau



```
\begin{tikzpicture}
\tkzTabInit
    {$x$ / 1}
    {$a_1$ , $a_2$ , $a_3$}
\begin{scope}[arstyle/.style={>=latex,#1,<-}]
    \draw[arstyle=blue] (N10) to node[above,color=blue]{\scriptsize $\lgt = 2$ cm} (N20);
    \draw[arstyle=blue] (N20) to node[above,color=blue]{\scriptsize $\espcl = 2$ cm} (N30);
    \draw[arstyle=red] (T10) to node[above=12pt,color=red]{\scriptsize $\deltaacl = 0,5$ cm} (T20);
    \draw[arstyle=red] (N30) to node[above=12pt,color=red]{\scriptsize $\espcl = 2$ cm} (T20);
    \draw[arstyle=blue] (T00) to node[above,color=blue]{\scriptsize $\lgt = 2$ cm} (T10);
\end{scope}
\end{tikzpicture}
```

10.3.1 **scale** permet d'ajuster la taille d'un tableau

x	0	$+\infty$
$\ln(x)$		

```
\begin{tikzpicture}[scale=.8]
\begin{array}{|c|c|c|} \hline
    & 0 &  $+\infty$  \\ \hline
 $\ln(x)$  & & \\ \hline
\end{array}
\end{tikzpicture}
```

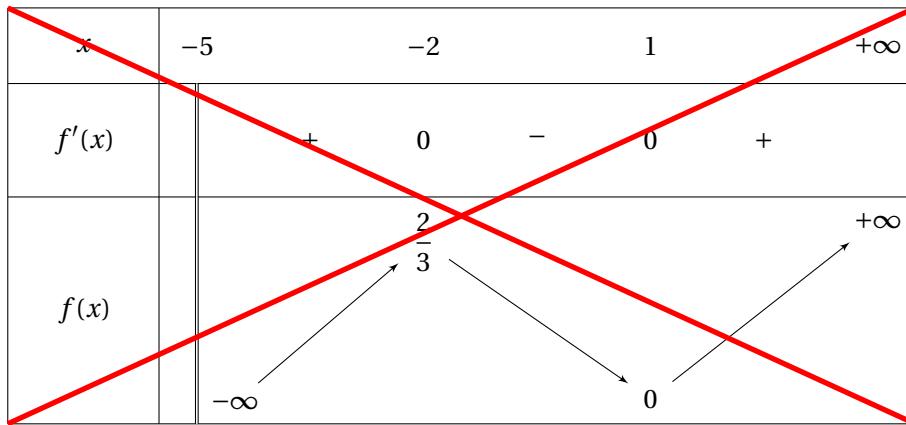
Il est aussi possible d'utiliser **xscale** et **yscale**.

x	0	$+\infty$
$\ln(x)$		

```
\begin{tikzpicture}[xscale=.8,yscale=1.5]
\begin{array}{|c|c|c|} \hline
    & 0 &  $+\infty$  \\ \hline
 $\ln(x)$  & & \\ \hline
\end{array}
\end{tikzpicture}
```

10.4 Exemples d'utilisation

10.4.1 Une croix sur un tableau



```
\begin{tikzpicture}
\tkzTab{$x$ / 1, $f'(x)$ / 1.5, $f(x)$ / 3}%
{-5$ , -$2$ , $1$ , $+\infty$}%
{d,+,-,0+,,}
{ D-/           / $-\infty$ ,%
+/ $\frac{2}{3}$ / ,%
-/ $0$          / ,%
+/ $+\infty$    / }%
\draw[line width=2pt,red] (T00) to (T23);
\draw[line width=2pt,red] (T03) to (T20);
\end{tikzpicture}
```

10.4.2 Une croix sur une case

L'intérêt est de faciliter la personnalisation d'un tableau. Par exemple, si nous souhaitons ajouter un tracé comme une croix dans une case, on peut procéder ainsi :

x	0	e	$+\infty$
$x^2 - 3x + 2$			
$(x - e) \ln x$			

```
\begin{tikzpicture}
\tkzTabInit%
{$x$ / 1,
$x^2-3x+2$ / 1,
$(x-\mathbb{E})\ln x$ / 1}
{$0$ , $\mathbb{E}$ , $+\infty$}%
\draw[red] (T12) -- (T23);
\draw[red] (T13) -- (T22);
\end{tikzpicture}
```

10.4.3 Mise en évidence de signes

On peut ainsi placer des signes sur la seconde ligne qui n'a pas été mise en forme par `tkzTabLine` mais en connaissant un peu la programmation à l'aide de TikZ.

```
\path (M11) --(M12) node[midway,draw,fill=red!10] {-};
\path (M31) --(M32) node[midway,draw,fill=blue!10] {+};
```

x	$-\infty$	-1	1	$+\infty$
$\frac{2x}{x^2-1}$		-		+

```
\begin{tikzpicture}
\TkzTabInit[$x$ / 1, $\frac{2x}{x^2-1}$ / 1]
{$-\infty$, $-1$, $1$, $+\infty$}
\path (M11)--(M12) node[midway,draw,fill=red!10] {-};
\path (M31)--(M32) node[midway,draw,fill=blue!10] {+};
\end{tikzpicture}
```

mais on peut aussi utiliser un node de la structure secondaire pour cela on utilise

`tkzTabLine[help]` `\tkzname{tkzTabLine}[help]`

x	$-\infty$	-1	1	$+\infty$			
$\frac{2x}{x^2-1}$	Z_{11}	S_{11}	Z_{21}	S_{21}	Z_{31}	S_{31}	Z_{41}

Ensuite il reste à créer des nodes

```
\node[draw,fill=red!10] at (S11) {-};
\node[draw,fill=red!10] at (S31) {+};
```

x	$-\infty$	-1	1	$+\infty$
$\frac{2x}{x^2-1}$		-		+

```
\begin{tikzpicture}
\TkzTabInit[$x$ / 1, $\frac{2x}{x^2-1}$ / 1]
{$-\infty$, $-1$, $1$, $+\infty$}
\tkzTabLine[help]{,,,,}
\node[draw,fill=red!10] at (S11) {-};
\node[draw,fill=red!10] at (S31) {+};
\end{tikzpicture}
```

10.4.4 Structure principale : hachurer une zone

On veut par exemple hachurer une zone mais vous ne connaissez pas la notation des nodes. Il suffit de passer `help` en option. On obtient ainsi l'emplacement et les noms des nodes.

```
\begin{tikzpicture}
\TkzTabInit[help,deltacl=1][$x$ / 1, $\frac{2x}{x^2-1}$ / 1,$\ln(x^2-1)$ / 1]
{$-\infty$, $-1$, $1$, $+\infty$}
\end{tikzpicture}
```

On peut hachurer un rectangle par

```
\pattern[pattern=north west lines] (N21) rectangle (N33);
```

x	$-\infty$	-1	1	$+\infty$
$\ln(x^2 - 1)$			\hatch{diagonal}	

```
\begin{tikzpicture}
\tkzTabInit[$x$ / 1 , $\ln{(x^2-1)}$/1]
{$-\infty$ , $-1$ , $1$ , $+\infty$}
\pattern[pattern=north west lines] (N21) rectangle (N32);
\end{tikzpicture}
```

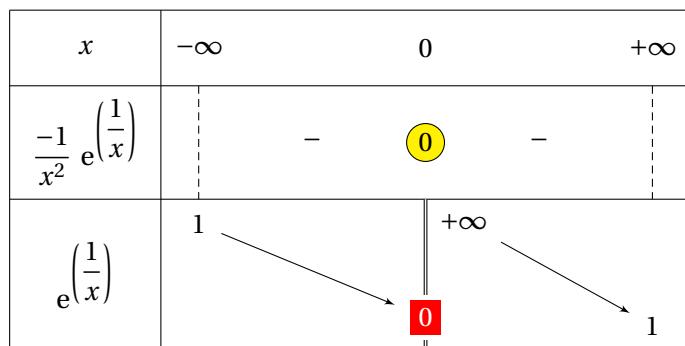
10.4.5 Mise en évidence de certaines zones

Afin de mettre en évidence le signe d'une expression du second degré, il est possible de mettre en couleur les parties extérieures. `\draw[fill=Red!80, opacity=0.4](N11) rectangle (N22);`. La syntaxe est celle de *TikZ*. Un rectangle est défini par deux sommets opposés.

x	$-\infty$	1	2	$+\infty$			
$x^2 - 3x + 2$		+	0	-	0	+	

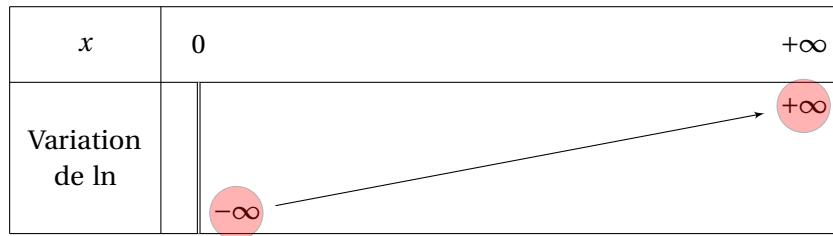
```
\begin{tikzpicture}
\tkzTabInit[deltacl=1,lgt=3,espccl=2]%
{$x$ / 1,$x^2-3x+2$ / 1}%
{$-\infty$ , $1$ , $2$ , $+\infty$}%
\tkzTabLine {t,+,0,-,0,+,t}
\draw[fill=Red!80,opacity=0.4](N11) rectangle (N22);
\draw[fill=Red!80,opacity=0.4](N31) rectangle (N42);
\end{tikzpicture}
```

10.4.6 Mise en évidence de valeurs



```
\begin{tikzpicture}
\tkzTab
{$x$ /1,
$\frac{-1}{x^2} \cdot \left(\frac{1}{x}\right)^{\frac{1}{2}}$ /2}%
{$-\infty , 0 , +\infty$%
{t,-, -, t}%
{+ / $1 , -CD+ / \colorbox{red}{\textcolor{white}{$0$}} / +\infty , - / $1$ }%
\node[draw,inner sep=2pt,circle,fill=yellow] at (Z21) {$0$} ;
\end{tikzpicture}
```

10.4.7 Mise en évidence de limites

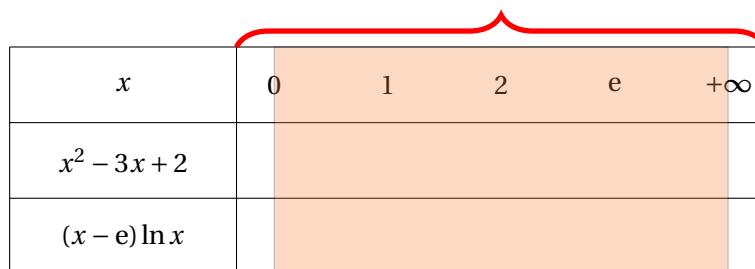


```
\begin{tikzpicture}
\tkzTabInit[espcl=8]{}
{$x/1 , Variation\ de \ln/2}%
{$0,+\infty$%
\tkzTabVar {D-/ $-\infty, +/$+\infty}%
\draw[opacity=.3,fill=red] (FR11) circle (10pt);
\draw[opacity=.3,fill=red] (FL21) circle (10pt);
\end{tikzpicture}
```

10.4.8 Décoration

Il est nécessaire de charger une librairie de *TikZ*⁸ qui permet des actions de décoration.

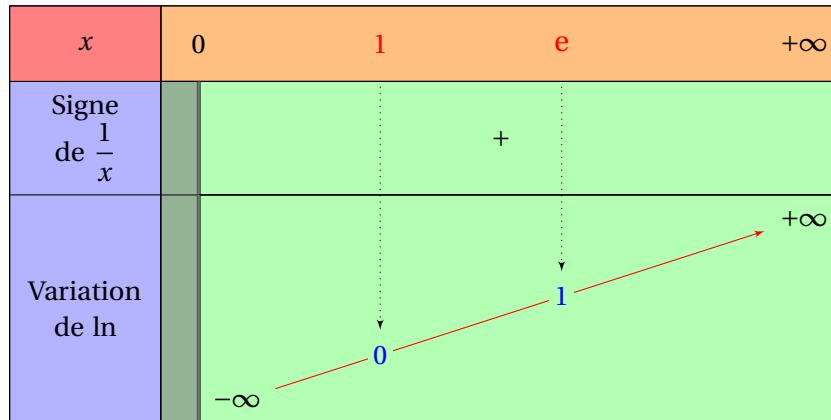
```
\usetikzlibrary{decorations.pathreplacing}
\ldots
\draw[decoration={brace,amplitude=12pt},
      decorate,line width=2pt,red] (T10) -- (T20);
```



8. pgf/tikz version 2.00

```
\begin{tikzpicture}
\tkzTabInit[lgt=3,espcl=1.5]
{$x$ /1, $x^2-3x+2$ /1, $(x-\text{E})\ln x$ /1}%
{${0},{1},{2},+\infty$}%
\draw[fill=orange,opacity=.3] (N10) rectangle (N53.west);
\draw[decoration={brace,amplitude=12pt},decorate,line width=2pt,red] (T10) -- (T20);
\end{tikzpicture}
```

10.4.9 Avec de la couleur



```
\begin{tikzpicture}
\tkzTabInit[color,colorC = blue!30,colorL = orange!50,
            colorT = green!30,colorV = red!50,espcl=8]
{$x/1,Signe\ de \$\dfrac{1}{x}\ /1.5,Variation\ de \$\ln\ /3}%
{${0},+$+\infty}%
\tkzTabLine{d,+,%}
\tkzTabVar[color=red]{D-/-$\infty$, +/$+\infty$}
\tkzTabVal[draw]{1}{2}{0.3}{\textcolor{red}{$\textcolor{blue}{0}$}}{\textcolor{blue}{$0$}}
\tkzTabVal[draw]{1}{2}{0.6}{\textcolor{red}{$\textcolor{blue}{\large e}$}}{\textcolor{blue}{$e$}}%
\draw[fill=gray,opacity=0.6] (T11) rectangle (N13);
\end{tikzpicture}
```

10.4.10 Écrire dans un tableau

Aucune restriction au niveau de l'écriture, l'exemple suivant :

x	0	1	$+\infty$
Il est parfois possible d'obtenir les variations d'une fonction sans déterminer sa dérivée			
$\ln(x) + x$			

```
\begin{tikzpicture}
\tkzTabInit[lgt=3,espcl=4]%
{ $x$           /1,%
  Il est parfois ... /2,%
  $\ln (x) +x$     /1%
}%
{ $0$ , $1$ , $+\infty$ }%
\end{tikzpicture}
```

10.4.11 Tableau de proportionnalité

On utilise ici un compteur interne `tkz@cnt@pred` du package. l' arrobase @ devient une lettre ordinaire à l'aide des macros `makeatletter` et `makeatother`. Ce compteur va servir à tracer des filets verticaux afin de séparer les antécédents et les images.

x	1	2	3	4	5	6
$f(x)$	5	10	15	20	25	30

```
\begin{tikzpicture}
\tkzTabInit[espcl=0.5]{ $x$/1,$f(x)$ /1}%
{1,,2,,3,,4,,5,,6}%
\tkzTabLine{5,,,10,,,15,,,20,,,25,,,30}%
\makeatletter
\foreach \x in {1,...,5}{%
  \setcounter{tkz@cnt@pred}{\x}\addtocounter{tkz@cnt@pred}{\x}
  \draw (N\thetkz@cnt@pred 0.center) to (N\thetkz@cnt@pred 2.center);}
\makeatother
\begin{scope}[->,red,line width=1pt,>=latex']
\draw (M20) to [bend left] node[above]{$\times 3$} (7.5,0);
\draw (M22) to [bend right] node[below]{$\times 3$} (7.5,-2);
\draw (8,-0.25) to [post,bend left=60] node[midway,above,sloped] {$\times 5$} (8,-1.75);
\end{scope}
\end{tikzpicture}
```

11 Galerie

11.1 Tableaux de signes

L'exemple suivant provient de la documentation de l'excellent `tablor.sty`. Voici le code complet

```
\documentclass{article}
\usepackage[utf8]{inputenc}
\usepackage[T1]{fontenc}
\usepackage{ifthen,fp}
\usepackage{tikz,tkz-tab}
\usepackage{amsmath,amssymb}
\usepackage[frenchb]{babel}

\begin{document}
\begin{tikzpicture}
\tkzTabInit[lgt=3]
{$x$ /1,
 Signe de $-2+3$ /1.5,
 Signe de $-x+5$ /1.5,
 Signe de $(-2x+3)(-x+5)$ /1.5 }%
{$-\infty,$,$\frac{3}{2}$,$5$,$+\infty$}
\tkzTabLine { ,+,z,-,t,-, }
\tkzTabLine { ,+,t,+,z,-, }
\tkzTabLine { ,+,z,-,z,+, }
\end{tikzpicture}
\end{document}
```

x	$-\infty$	$\frac{3}{2}$	5	$+\infty$
Signe de $-2 + 3$	+	0	-	-
Signe de $-x + 5$	+		+	0 -
Signe de $(-2x+3)(-x+5)$	+	0	-	0 +

Quelques remarques sur ce code. Le codage utilisé n'a pas d'importance, si vous préférez `latin1`, alors remplacez `utf8` par `latin1`, bien évidemment `tkz-tab` est essentielle. Si vous utilisez `fourier` alors vous pouvez supprimer `\usepackage[T1]{fontenc}` et `\usepackage{amssymb}`.

11.2 Variations de fonctions

11.2.1 Variation d'une fonction rationnelle

Cet exemple a été cité dans la documentation du package `tabvar`
Étude de la fonction $f : x \mapsto \frac{x^3+2}{2x}$ sur $]-\infty ; +\infty[$

x	$-\infty$	$-\sqrt[3]{2}$	0	1	$+\infty$
$f'(x)$		-	-	0	+
f	$+\infty$	0	$+\infty$	$\frac{3}{2}$	$+\infty$

```
\begin{tikzpicture}
\tkzTabInit[]
{$x$ /1, $f'(x)$ /1,$f$ /3}
{$-\infty$ , $0$ , $1$ , $+\infty$}
\tkzTabLine{,-,d,-,z,+,{}}
\tkzTabVar{+$+\infty$ ,-$-\infty$ / $+\infty$ ,-$\frac{3}{2}$, +$+\infty$}
\tkzTabVal{1}{2}{0.4}{$-\sqrt[3]{2}$}
\end{tikzpicture}
```

11.2.2 Variation d'une fonction irrationnelle

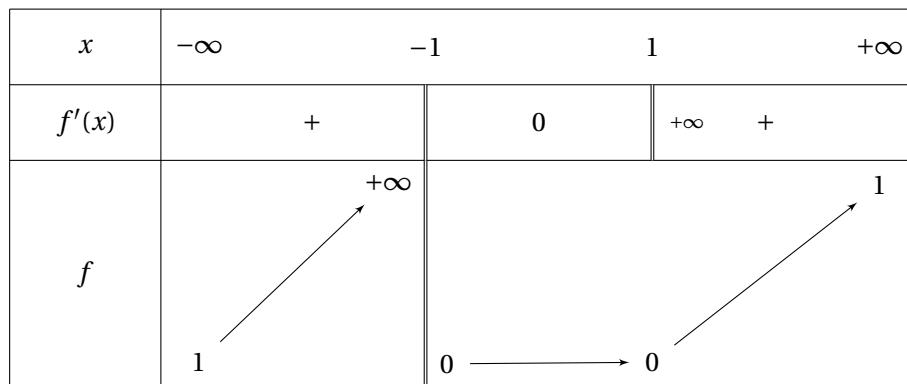
Autre exemple cité dans la documentation du package `tabvar`

Étude de la fonction $f : x \mapsto \sqrt{\frac{x-1}{x+1}}$ sur $]-\infty ; -1] \cup [1 ; +\infty[$

x	$-\infty$	-1	1	$+\infty$
$f'(x)$	+		$+\infty$	+
f	1	$+\infty$	0	1

```
\begin{tikzpicture}
\tkzTabInit[]
{$x$ /1, $f'(x)$ /1,$f$ /3}
{$-\infty$ , $-1$ , $1$ , $+\infty$}
\tkzTabLine{+,d,h,d,+,{}}
\tkzTabSlope{3/ $+\infty$}
\tkzTabVar{-/$1$ ,+DH/$+\infty$ ,-$0$, +/$1$}
\end{tikzpicture}
```

Un prolongement par continuité pourrait être : $f(x) = 0$ sur $[-1 ; 1]$ alors le tableau deviendrait

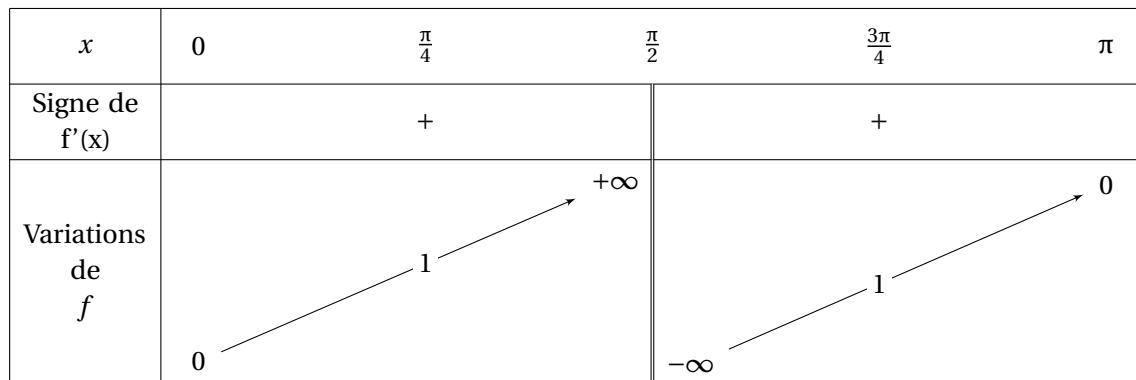


```
\begin{tikzpicture}
\tkzTabInit[]
{$x$ / 1, $f'(x)$ / 1,$f$ / 3}
{$-\infty$ , $-1$ , $1$ , $+\infty$}
\tkzTabLine{,+d,0,d,+, }
\tkzTabSlope{ 3/ $+\infty$}
\tkzTabVar{-/$1$ ,+D-$+$/$+\infty$/$0$ , -$0$ , +/$1$}
\end{tikzpicture}
```

11.3 Fonctions trigonométriques

11.3.1 Variation de la fonction tangente

Étude de la fonction $f : x \mapsto \tan x$ sur $[0 ; \pi]$



```
\begin{tikzpicture}
\tkzTabInit[espcl=6]{$x$ / 1,Signe de $f'(x)/1$, Variations de $f$ / 3}
{$0$ ,$\frac{\pi}{2}$ , $\pi$}
\tkzTabLine{ ,+,d,+, }
\tkzTabVar{-/$0$ , +D-$+$/$+\infty$/$-\infty$ , +/$0$ }
\tkzTabVal{1}{2}{0.5}{$\frac{\pi}{4}$}
\tkzTabVal{2}{3}{0.5}{$\frac{3\pi}{4}$}
\end{tikzpicture}
```

11.3.2 Variation de la fonction cosinus

Étude de la fonction $f : x \mapsto \cos x$ sur $[-\pi ; +\pi]$

x	0	$\frac{\pi}{2}$	π
Signe de $f'(x)$		+	
Variations de f	1	0	-1

```
\begin{tikzpicture}
\tkzTabInit[espcl=6]{x / 1,Signe de f'(x)/1, Variations de f / 3}%
{$0$ , $\pi$}
\tkzTabLine{, + , }
\tkzTabVar{+/$1$ , -/$-1$ }
\tkzTabVal{1}{2}{0.5}{$\frac{\pi}{2}$}{$0$}
\end{tikzpicture}
```

11.4 Fonctions paramétrées et trigonométriques

Étude sur $[0 ; \frac{\pi}{2}]$

$$\begin{cases} x(t) = \cos(3t) \\ y(t) = \sin(4t) \end{cases}$$

t	0	$\frac{\pi}{8}$	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{3\pi}{8}$	$\frac{\pi}{2}$
Signe de $x'(t)$	0 - $-3 \sin(\frac{3\pi}{8})$ - 0 + $3 \sin(\frac{\pi}{8})$ + 3				
Variations de x	1	$\cos(\frac{3\pi}{8})$	-1	$-\cos(\frac{\pi}{8})$	0
Variations de y	0	1	$-\frac{\sqrt{3}}{2}$	-1	0
Signe de $y'(t)$	4 + 0 - -2 - 0 + 4				

```
\begin{tikzpicture}
\tkzTabInit[ lgt=3 , espcl=3]%
{$t$           /1,
Signe de\\ $x'(t)$ /1.5,
Variations de\\ $x$ /3,
Variations de\\ $y$ /3,
Signe de\\ $y'(t)$ /1.5}
{$0$ , $\frac{\pi}{8}$ , $\frac{\pi}{3}$ ,
$\frac{3\pi}{8}$ , $\frac{\pi}{2}$ }%
\tkzTabLine {z , - , -3\sin\left(\frac{3\pi}{8}\right) , - , z , + ,%
3\sin\left(\frac{\pi}{8}\right),+,3}
\tkzTabVar { +/$1$ , R/ , -/$-1$/ , R/ , +/$0$ }
\tkzTabIma{1}{3}{2}{$\cos\left(\frac{3\pi}{8}\right)$}
\tkzTabIma{3}{5}{4}{$-\cos\left(\frac{\pi}{8}\right)$}
\tkzTabVar { -/$0$ , +/$1$ , R/ , -/$-1$ , +/$0$ }
\tkzTabIma{2}{4}{3}{$\frac{-\sqrt{3}}{2}$}
\tkzTabLine {4 , + , z , - , -2 , - , z ,+,4}
\end{tikzpicture}
```

11.5 Baccalauréat Asie ES 1998

Une petite astuce, en principe z est le symbole à mettre dans la liste pour obtenir un zéro centré sur un trait en pointillés. Si on veut que le zéro soit sans le trait, il suffit de remplacer z par 0. Celui-ci n'est pas un symbole reconnu, il est donc traiter comme une chaîne normale.

Soit f la fonction de variable réelle x , définie sur \mathbf{R} par :

$$f(x) = e^x(e^x + a) + b$$

où a et b sont deux constantes réelles.

Les renseignements connus sur f sont donnés dans le tableau de variation ci-dessous.

x	$-\infty$	0	$+\infty$
Signe de $f'(x)$		0	
Variations de f	-3		

1. Calculer $f'(x)$ en fonction de a (f' désigne la fonction dérivée de f).
2. a) déterminer a et b en vous aidant des informations contenues dans le tableau ci-dessus.
b) Calculer $f(0)$ et calculer la limite de f en $+\infty$.
c) Compléter, après l'avoir reproduit, le tableau de variations de f .
3. Résoudre dans \mathbf{R} l'équation

$$e^x(e^x - 2) - 3 = 0$$

(on pourra poser $X = e^x$).

4. Résoudre dans \mathbf{R} les inéquations :

$$e^x(e^x - 2) - 3 \geq -4$$

$$e^x(e^x - 2) - 3 \leq 0$$

(On utilisera le tableau de variations donné ci-dessus et en particulier les informations obtenues en 2.b)

Soit f la fonction de variable réelle x , définie sur \mathbf{R} par :

$$\begin{aligned} f(x) &= e^x(e^x+a)+b \\ \end{aligned}$$

où a et b sont deux constantes réelles.

Les renseignements connus sur f sont donnés dans le tableau de variation ci-dessous.

```
\medskip
\begin{center}
\begin{tikzpicture}
\tkzTab[lgt=3,espcl=4]{x/1,Signe de $f'(x)$ /1,Variations de $f$ /2}%
{$-\infty,$,$0$,$+\infty$}%
{,, z ,,,}%
{+/ $-3$ ,%
-/ ,%
+/ }%
\end{tikzpicture}
\end{center}

\medskip
\begin{enumerate}
\item Calculer  $f'(x)$  en fonction de  $a$  ( $f'$  désigne la fonction dérivée de  $f$ ).
\begin{enumerate}
\item déterminer  $a$  et  $b$  en vous aidant des informations contenues dans le tableau ci-dessus.
\item Calculer  $f(0)$  et calculer la limite de  $f$  en  $+\infty$ .
\item Compléter, après l'avoir reproduit, le tableau de variations de  $f$ .
\end{enumerate}
\item Résoudre dans  $\mathbf{R}$  l'équation
\begin{array}{l}
e^x(e^x-2)-3=0 \\
\end{array}
\text{(on pourra poser } X=e^x\text{).}
\item Résoudre dans  $\mathbf{R}$  les inéquations :
\begin{array}{l}
e^x(e^x-2)-3 \geq -4 \\
\end{array}
\begin{array}{l}
e^x(e^x-2)-3 \leq 0 \\
\end{array}
\text{(On utilisera le tableau de variations donné ci-dessus et en particulier les informations obtenues en 2.b)}
\end{enumerate}
```

11.6 Baccalauréat

On considère la fonction f définie sur $]-\infty ; 0[$:

$$f(x) = ax + b + \ln(-2x)$$

où a et b sont deux réels donnés.

1. Calculer $f'(x)$ en fonction de a et b .
2. Le tableau ci-dessous représente les variations d'une fonction particulière f .

x	$-\infty$	$\frac{-1}{2}$	0
Signe de $f'(x)$	+	0	-
Variations de f		2	

- a) En utilisant les données du tableau déterminer les valeurs a et b qui caractérisent cette fonction.
- b) Pour cette fonction particulière f , déterminer $\lim_{\substack{x \rightarrow 0 \\ x < 0}} f(x)$.
- c) Montrer que, dans l'intervalle $\left[\frac{-1}{2} ; 0,01\right]$, l'équation $f(x) = 0$ admet une solution unique. En donner une valeur approchée à 10^{-3} près.

On considère la fonction f définie sur $]-\infty; 0[$:

\[
f(x)=ax+b+\ln(-2x)

\]
où a et b sont deux réels donnés.

\begin{enumerate}

\item Calculer $f'(x)$ en fonction de a et b .

\item Le tableau ci-dessous représente les variations d'une fonction particulière f .

\medskip

\begin{center}

\begin{tikzpicture}
\tkzTab[]%

\{\$x\$/1.25, Signe de \ \$f'(x)\$ /1.5, Variations \ de \ \$f\$/1.5}%

\{\$-\infty\$, \$\dfrac{-1}{2}\$, \$0\$\}%

\{+, \$0\$, -, \} %

\{-//,

+/\$2\$//,

-//\}

\end{tikzpicture}

\end{center}

\medskip

\begin{enumerate}

\item En utilisant les données du tableau déterminer les valeurs a et b qui caractérisent cette fonction.

\item Pour cette fonction particulière f , déterminer

$\lim_{x \rightarrow 0^-} f(x)$.

\item Montrer que, dans l'intervalle $\Big[\frac{-1}{2}; -0,01\Big]$, l'équation $f(x)=0$ admet une solution unique. En donner une valeur approchée à 10^{-3} près.

\end{enumerate}

\end{enumerate}

11.7 Baccalauréat Guyane ES 1998

C'est cet exemple qui m'a obligé à penser aux commandes du style +V+. Sans doute, voulait-on ne pas influencer les élèves avec la vision d'une double barre (trop souvent associée à la présence d'une asymptote).

Le sujet :

On considère une fonction f de la variable x , dont on donne le tableau de variations :

x	$-\infty$	$\frac{-1}{2}$	1	$+\infty$
Signe de $f'(x)$	-	0	+	-
Variations de f	1 ↓ -1 3		+∞ ↑ +∞	1 ↓ 1

On appelle (C) la courbe représentative de f dans un repère Le plan est muni d'un repère orthonormé $(O; \vec{i}; \vec{j})$ (unités graphiques 2 cm sur chaque axe)

Première partie

En interprétant le tableau donné ci-dessus :

1. Préciser l'ensemble de définition de f .
2. Placer dans le repère $(O; \vec{i}; \vec{j})$:
 - a) l'asymptote horizontale (D) ;
 - b) l'asymptote verticale (D') ;
 - c) le point A où la tangente à (C) est horizontale.

Seconde partie

On donne maintenant l'expression de f :

$$f(x) = 1 + \frac{4}{(x-1)} + \frac{3}{(x-1)^2}$$

1. Résoudre les équations $f(x) = 0$ et $f(x) = 1$.
2. Au moyen de votre calculatrice, remplir le tableau suivant (recopier ce tableau sur votre copie).

x	-1	-0,75	0,5	2	3	4
$f(x)$						

On considère une fonction f de la variable x , dont on donne le tableau de variations :

```
\begin{center}
\begin{tikzpicture}
\tkzTab[]%
{$x$/1.25,Signe de $f'(x)$/1.5, Variations de $f$/2.5}
{$-\infty,$\frac{-1}{2},$1,$+\infty$}
{,-,$0$,+, -,}
{+$1$ , -/$\frac{-1}{3}$ , +$+\infty$ /$+\infty$ , -$1$}
\end{tikzpicture}
\end{center}

\vspace{6pt}
On appelle  $(C)$  la courbe représentative de  $f$  dans un repère. Le plan est muni d'un repère orthonormal  $(0; \vec{i}; \vec{j})$  (unités graphiques 2 cm sur chaque axe)

\textbf{Première partie}
```

En interprétant le tableau donné ci-dessus :

```
\begin{enumerate}
\item Préciser l'ensemble de définition de  $f$ .
\item Placer dans le repère  $(0; \vec{i}; \vec{j})$  :
\begin{enumerate}
\item l'asymptote horizontale ( $D$ );
\item l'asymptote verticale ( $D'$ );
\item le point  $A$  où la tangente à  $(C)$  est horizontale.
\end{enumerate}
\end{enumerate}

\textbf{Seconde partie}
```

On donne maintenant l'expression de f :

```
\[
f(x)=1 + \frac{4}{(x-1)} + \frac{3}{(x-1)^2}
\]

\begin{enumerate}
\item Résoudre les équations  $f(x)=0$  et  $f(x)=1$ .
\item Au moyen de votre calculatrice, remplir le tableau suivant
(recopier ce tableau sur votre copie).
\begin{tikzpicture}
\tkzTabInit[deltacl=1, espcl=1]{ $x$/1,$f(x)$ /1}%
{-1,,{-0,75},,{0,5},,,2,,3,,4}%
\tkzTabLine{,,,,,,,,,,}%
\makeatletter
\foreach \x in {1,...,5}
\setcounter{tkz@cnt@pred}{\x}\addtocounter{tkz@cnt@pred}{\x}
\draw (N\thetkz@cnt@pred 0.center) to (N\thetkz@cnt@pred 2.center);
\end{tikzpicture}
\end{enumerate}

\end{tikzpicture}
```

\vfill

Index

Baccalauréat, 67, 69, 71
Distributions TeX
 MikTeX, 6
 TeXLive, 6
Fonctions
 Fonction cosinus, 64
 Fonction tangente, 64
 Fonctions paramétrées, 40, 65
 Fonctions trigonométriques, 64, 65
hachures, 15
nombres dérivés, 48
Package
 amsmath, 10
 numprint, 8, 12
 xcolor, 8
prolongement par continuité, 28
scale, 55
Système d'exploitation
 Linux Ubuntu, 6
 OS X, 6
 Windows XP, 6
Tableau minimum, 9
TikZ Library
 decorations.pathreplacing, 59
TikZ, 6
\tkzTab, 30
\tkzTab : arguments
 liste1, 30
 liste2, 30
 liste3, 30
 liste4, 30
\tkzTabIma, 38
\tkzTabIma : arguments
 Début, 38
 Fin, 38
 Image, 38
 Position, 38
\tkzTabIma : options
 draw, 38
 remember, 38
\tkzTabImaFrom, 41
\tkzTabImaFrom : arguments
 Début, 41
 Fin, 41
 From, 41
 Image, 41
\tkzTabInit : options
 draw, 41
 remember, 41, 42
\tkzTabInit, 8
\tkzTabInit : arguments
 liste1, 8
 liste2, 8
\tkzTabInit : options
 colorC, 8
 colorL, 8
 colorT, 8
 colorV, 8
 color, 8, 10
 deltacl, 8, 10
 espcl, 8, 10
 help, 8, 11
 lgt, 8, 10
 lw, 8, 10
 nocadre, 8, 10
\tkzTabLine, 12
\tkzTabLine : arguments
 +, 12
 -, 12
 d, 12
 h, 12
 t, 12
 z, 12
\tkzTabLine : options
 help, 12, 15
 style, 12
\tkzTabLine : styles
 h style, 15
 t style, 14
\tkzTabSlope, 48
\tkzTabSlope : arguments
 Liste, 48
\tkzTabTan, 43
\tkzTabTan : arguments
 Début, 43
 Fin, 43
 Image, 43
 Position, 43
\tkzTabTan : options

pos, 43, 46
\tkzTabTanFrom, 46
\tkzTabTanFrom : arguments
 Début, 46
 Fin, 46
 Image, 46
 Position, 46
\tkzTabVal, 33
\tkzTabVal : arguments
 Antécédent, 33
 Début, 33
 Fin, 33
 Image, 33
 Position, 33
\tkzTabVal : options
 draw, 33, 35, 36, 38
 remember, 33, 37
\tkzTabVar, 18
\tkzTabVar : arguments
 +C, 18
 +CD+, 18
 +CD-, 18
 +CH, 18
 +D+, 18
 +D-, 18
 +DC+, 18
 +DC-, 18
 +DH, 18
 +D , 18
 +H, 18
 +V+, 18
 +V-, 18
 + , 18
 -C, 18
 -CD+, 18
 -CD-, 18
 -CH, 18
 -D+, 18
 -D-, 18
 -DC+, 18
 -DC-, 18
 -DH, 18
 -D , 18
 -H, 18
 -V+, 18
 -V-, 18
 - , 18
 D+, 18
 D-, 18
 R , 18
\tkzTabVar : options
 color, 19
 help, 19, 24
\tkzTabVar : styles
 arrow, 25
 h style, 25
 node style, 26
\tkzTabvar : styles
 h style, 24
valeurs interdites, 14
xkeyval, 6
zone interdite, 15, 28